COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 11 OCTOBRE 1880

PRÉSIDENCE DE M. WURTZ.

MEMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie que, en raison de la séance publique annuelle des cinq Académies, qui aura lieu le lundi 25 octobre, la séance ordinaire de l'Académie des Sciences sera remise au mardi 26 octobre.

En raison des fêtes de la Toussaint, la séance du lundi 1er novembre sera également remise au mardi 2 novembre.

THERMOCHIMIE. — *Sur le rôle du temps dans la formation des sels;* par M. **Berthelot**.

« Le rôle du temps dans les actions chimiques était autrefois méconnu, ou attribué au défaut de contact et d'homogénéité, en tout cas regardé comme de peu d'importance. Il a été surtout signalé à l'attention des chimistes, qu'il me soit permis de le rappeler, à la suite de mes recherches sur la synthèse des corps gras neutres et des éthers polyatomiques, résultant de l'union des acides et des principes sucrés (1854), combinaisons formées par la voie directe et le seul contact prolongé des corps réagissants.

» C'est en 1860-1862, dans le cours de mes études sur les éthers, que j'ai exécuté les premières déterminations systématiques, au double point de vue expérimental et théorique, sur la vitesse des réactions chimiques ([1]), sujet qui a été, dans ces dernières années, l'objet des expériences et des spéculations d'un grand nombre de savants. Si je cite ces divers travaux, c'est pour rappeler l'opposition qu'ils ont mise en évidence entre les réactions éthérées, ordinairement lentes et progressives, même dans les systèmes homogènes (liquides ou gazeux), et les réactions salines, dont la durée est si courte, dans la plupart des cas, qu'elle échappe à nos moyens présents de mesure.

» Que l'on fasse agir un acide dissous dans l'eau sur une base ou sur un sel dissous, ou bien une base dissoute sur un acide ou sur un sel dissous, ou bien encore deux sels dissous l'un sur l'autre : toutes les fois que les produits résultants sont également solubles et forment un système homogène, la réaction n'exige en général, pour s'accomplir, aucun intervalle de temps appréciable, autre que celui nécessaire pour effectuer le mélange exact des deux liqueurs. C'est ce qui peut être vérifié, soit par la mesure initiale des variations de température produites par le mélange, mesure contrôlée par l'étude thermique réciproque du système final, au bout d'une durée quelconque de conservation ; soit par la mesure de la densité, ou des propriétés optiques et physiques de toute nature des liquides, tant au début qu'après une durée quelconque de conservation.

» Certains doutes ayant été émis *a priori* sur la durée réelle des réactions salines, quelles qu'elles soient, il est opportun de montrer que ces doutes n'ont aucun fondement et qu'ils sont contredits formellement par l'observation.

» En effet, l'étude calorimétrique des systèmes finals, conservés depuis un temps quelconque, a été faite dans plus d'un millier de cas, par les méthodes de décompositions réciproques que je rappellerai tout à l'heure et qui sont susceptibles d'une grande précision ; elles n'ont accusé, en général, aucun excédent thermique, correspondant à une variation lente dans l'arrangement intérieur de la dissolution. Je possède des liqueurs dont la préparation remonte à plus de dix années et qui ont gardé une constitution chimique invariable, depuis les premières secondes de leur préparation. Non seulement les propriétés thermiques, mais toutes les propriétés physiques connues de semblables mélanges, propriétés dont quelques-unes se prêtent

---

([1]) *Essai de Mécanique chimique*, t. II, p. 13, 38, et surtout 58, 92, 109.

à des mesures excessivement précises, demeurent en général invariables, à partir du moment où le thermomètre a lui-même cessé de monter ou de descendre.

» Précisons davantage ce genre de démonstration.

» Lorsqu'un système liquide, solide, ou gazeux, éprouve des changements lents, par suite de quelque modification progressive dans sa constitution physique ou chimique, ces changements n'échappent point aux méthodes thermiques, quel que soit d'ailleurs le temps nécessaire à leur accomplissement. Il suffit, pour les étudier, de recourir au théorème des actions lentes ([1]), d'après lequel : *la chaleur dégagée dans une action lente est la différence entre les quantités de chaleur dégagées lorsque l'on amène à un même état final, à l'aide d'un même réactif, le système des composants et celui des produits de la réaction lente.*

» J'ai fait de nombreuses applications positives de ce théorème à l'étude de diverses questions, parmi lesquelles je citerai : la formation lente des éthers et des amides ; la formation électrique de l'ozone ; les états variables du soufre ; ceux des corps récemment fondus et des précipités ; la décomposition spontanée du phosphate triammoniacal dans sa dissolution même ; l'hydratation lente de certains corps anhydres au sein des dissolutions aqueuses qu'ils forment tout d'abord (acide acétique anhydre, bisulfate de potasse anhydre, etc.) ; la séparation progressive, à froid et à chaud, entre l'acide et la base des sels ferriques dissous, etc.

» Mais, dans les réactions salines, le temps n'intervient ainsi que pour des corps tout à fait spéciaux, susceptibles de varier par leur hydratation ou leurs états isomériques. En général, la même méthode, appliquée dans des centaines d'expériences aux actions réciproques des acides solubles, des bases solubles et des sels dissous, démontre que ces réactions sont accomplies et que l'équilibre chimique résultant est atteint au bout d'un temps excessivement court.

» Cette méthode comporte des applications extrêmement diverses et qui se contrôlent les unes les autres. Il suffit, par exemple, de former séparément deux sels, par l'union d'une même base avec deux acides différents, et de mesurer au moment même leurs chaleurs de formation ; puis de prendre les deux mêmes sels préexistants et préparés depuis plusieurs mois ou plusieurs années, et de faire agir sur chacun d'entre eux l'acide de l'autre sel, en mesurant la chaleur dégagée ou absorbée. Dans des conditions

---

([1]) *Essai de Mécanique chimique*, t. I, p. 39.

de température, de concentration et de proportions relatives identiques, la différence entre les chaleurs de formation des deux sels est égale à la différence entre les quantités de chaleur mises en jeu dans les actions réciproques des acides sur chacun des sels antagonistes [1]. Mais cette égalité, démontrable *à priori*, ne se vérifiera par expérience que si les réactions salines sont instantanées et l'état final des liqueurs identique; sinon, il y aura des résidus thermiques plus ou moins considérables et qui traduiront le caractère incomplet des réactions. En fait, j'ai employé expressément cette méthode (*Comptes rendus*, t. LXXVII, p. 972; 1873, et, en outre, *Annales de Chimie et de Physique*, 5ᵉ série, t. XVII, p. 133; 1879) pour vérifier si l'union de l'acide borique avec les alcalis dégage immédiatement toute la chaleur dont elle est susceptible; ou bien si la combinaison se poursuit lentement jusqu'à un terme plus avancé : l'expérience a prouvé que la réaction est immédiate et complète, soit avec l'acide dissous à l'avance, soit même avec l'acide anhydre. Or je crois pouvoir tirer la même démonstration des centaines d'expériences faites, tant par M. Thomsen que par moi-même, sur les actions réciproques des acides et des sels : tels que les sulfates de potasse, soude, ammoniaque, magnésie, alumine, oxyde de fer, zinc, cuivre; les chlorures, bromures, iodures, cyanures, sulfures de potassium, sodium, ammonium; les chlorures de calcium, strontium, baryum, magnésium, aluminium, fer, zinc, cuivre; les carbonates, borates, oxalates, phosphates, citrates de potasse, soude, ammoniaque; les azotates, acétates, benzoates, formiates de potasse, soude, ammoniaque, magnésie, oxyde de fer, zinc, cuivre, plomb, argent; les propionates, butyrates, valérates, phénates, picrates de potasse, soude et ammoniaque; et sur les sels alcalins d'une cinquantaine d'autres acides moins répandus. On peut lire dans les Mémoires originaux les déterminations faites sur tous ces sels, par la double voie de la combinaison directe des acides et des bases et de la décomposition réciproque des sels préexistants par les acides, déterminations dont j'invoque aujourd'hui la concordance pour établir le caractère presque instantané des réactions salines. Ces mesures ont porté sur plusieurs centaines de sels distincts.

» La même démonstration résulte également des décompositions réciproques opérées au moyen des alcalis : par exemple en faisant agir tour à tour la potasse, l'ammoniaque, la baryte, la strontiane, la chaux, l'éthylamine, la triméthylamine, l'aniline, etc. dissoutes sur les sels préexistants

---

[1] *Essai de Mécanique chimique*, t. I, p. 59, 66, 68.

qu'un même acide avait formés avec une autre base : la différence entre les résultats thermiques devant être et étant en effet égale à la différence des chaleurs de neutralisation mesurées immédiatement. Le nombre de ces mesures actuellement réalisées, quoique moins élevé que pour les précédentes, surpasse une centaine.

» Enfin la même démonstration repose sur les expériences de doubles décompositions salines réciproques, opérées sans précipitation entre sels neutres préexistants, à bases et à acides différents, expériences dont j'ai exécuté plusieurs centaines.

» Non seulement ces diverses séries d'expériences fournissent, chacune séparément, des valeurs concordantes avec les déterminations directes de la chaleur de neutralisation des acides et des bases; mais elles se vérifient entre elles, de toute manière et par des concordances si multipliées et fondées sur des conditions si diverses de température, de concentration, de proportions relatives, etc., qu'il ne paraît pas permis de conserver aucun doute légitime sur le caractère presque instantané des réactions salines.

» C'est donc à tort que l'on a supposé dans ces derniers temps que les réactions des bases ou des acides dissous sur les sels dissous ne sont pas accomplies tout d'abord, et qu'elles seraient en général susceptibles de se prolonger pendant un temps considérable, au delà du terme où elles cessent d'être accusées par les variations du thermomètre.

» Sans doute, aucune action naturelle n'est absolument instantanée, et il est à croire que l'on réussira un jour à constater dans les réactions salines une courte période de changement, analogue à la période incomparablement plus longue des réactions éthérées, et comprise de même entre le moment où le système est devenu physiquement homogène et celui où il a atteint son équilibre chimique. Mais les faits connus, lesquels embrassent tous les mélanges salins fondamentaux, au nombre de plusieurs centaines, étudiés par des méthodes dont la précision atteint souvent un millième des quantités soumises aux mesures, les faits connus, dis-je, établissent que cette période variable est excessivement courte et renfermée tout entière dans la brève durée de l'expérience calorimétrique.

» L'équilibre chimique, établi si rapidement dans les systèmes salins dissous, semble d'ailleurs corrélatif de la conductibilité électrolytique qui caractérise ces systèmes, comme je l'ai montré ailleurs. »

HYGIÈNE PUBLIQUE. — *Sur la pellagre en Italie.* Note de M. FAYE.

« A l'occasion d'une Notice sur la géologie comparée de la Terre et de la Lune que je prépare pour le prochain *Annuaire du Bureau des Longitudes*, je me suis décidé, dans le courant du mois dernier, à aller visiter à Naples des volcans en activité. Chemin faisant, j'ai lu dans un excellent journal français, *l'Italie*, qui se publie à Rome, une série d'articles sur la pellagre, maladie dont on se préoccupe beaucoup au delà des monts, car elle y sévit avec une intensité alarmante sur les plus riches provinces. Ayant eu occasion autrefois de voir cette maladie dans les Landes, où j'ai fait, en 1836, un assez long séjour, j'avais à ce sujet une idée qui m'est toujours restée en tête, mais sur laquelle je n'ai pas eu l'occasion d'insister, car cette maladie a fini par disparaître chez nous. J'ai écrit sur cette question, au directeur du journal *l'Italie*, une Lettre qu'il a bien voulu publier; peut-être ne paraîtra-t-elle pas sans intérêt à l'Académie :

« Rome, le 24 septembre.

» Monsieur le directeur,

» .... A l'époque de mon séjour dans les Landes, la nourriture principale des pasteurs, des résiniers, des paysans en général était la *cruchade*, sorte de bouillie de millet tout à fait semblable à la *polenta*. La cruchade est assez agréable au goût. Les bergers y joignaient parfois un petit morceau de lard frit dans une toute petite poêle. Vous voyez que ce régime alimentaire était à peu près le même que celui des paysans d'une partie de l'Italie. Les conséquences aussi étaient les mêmes pour la santé générale, car la pellagre faisait alors d'assez nombreuses victimes.

» Faut-il attribuer la pellagre à l'usage du maïs avec lequel on fait la polenta? Non, puisque la cruchade se fait avec du millet [1]. Doit-on en chercher la cause dans une altération quelconque de la farine de maïs et de millet? Cela me paraît bien peu probable, car de

---

[1] Je prie l'Académie d'accorder quelque attention à cet argument. Beaucoup de savants médecins, qui n'ont visité que les pays où l'on consomme la polenta faite exclusivement avec du maïs, pensent que cette maladie provient d'un empoisonnement par un ergot, un alcaloïde ou un parasite quelconque qui se développe parfois dans ce même maïs. Or, en fait, la pellagre a longtemps régné chez nous dans des contrées où l'on faisait usage de bouillie faite avec du millet. On n'a jamais rencontré, que je sache, dans ce petit grain, les produits vénéneux qu'on attribue à l'autre. La pellagre sévissait sur les paysans de l'intérieur des Landes, pasteurs ou résiniers, que j'ai fréquentés pendant près d'un an, et jamais sur les pêcheurs de la côte, qui mangeaient bien de la cruchade sans en être empoisonnés, mais qui n'en faisaient pas leur nourriture exclusive.

la farine avariée, avec laquelle on pourrait peut-être faire un pain tolérable, ne donnerait, en fait de bouillie, qu'une chose impossible à avaler.

» Je suis porté à croire que la cruchade et la polenta n'ont qu'un défaut, mais un défaut capital, celui de ne pas avoir passé par une fermentation préalable. La digestion en est plus difficile que celle du pain levé; l'assimilation par nos organes de cette bouillie refroidie est moins complète, en sorte que, sur des individus, soumis d'ailleurs à de mauvaises conditions hygiéniques, il peut en résulter à la longue une affection particulière que l'usage habituel du pain levé ferait disparaître.

» En fait, les larges routes et les chemins de fer qui sillonnent aujourd'hui les Landes ont eu cela de particulier de faire abandonner la cruchade confectionnée à la maison. Depuis que le pain des boulangers l'a remplacée, la pellagre n'existe plus. Du moins, dans mon dernier voyage aux Landes, en 1870, n'ai-je pu me procurer de cruchade, dont j'aurais voulu manger en souvenir de ma jeunesse, et la pellagre m'a-t-elle paru parfaitement ignorée dans les régions où je l'avais rencontrée autrefois.

» L'introduction du levain dans le pain est un bienfait qui date des temps les plus reculés. Il faudrait y faire participer vos campagnes et réserver aux oiseaux le maïs ou le millet. Du pain levé, plus de polenta azyme, et il n'y aura plus de pellagre.

» Agréez, monsieur le directeur, etc. »

» Je rappellerai à l'Académie que la pellagre est une maladie très particulière de la peau qui ne ressemble nullement, dans sa marche si lente, aux effets d'un empoisonnement accidentel. Elle dure et se développe indéfiniment; seulement elle s'exaspère chaque année vers l'époque des équinoxes. Parvenue à un certain degré, elle ne se guérit pas. Souvent elle finit par attaquer le cerveau; elle peuple alors les maisons d'aliénés. Dans tous les cas, elle dépeuple le pays, par suite de quelque débilitation des fonctions génésiques. L'an passé, on en comptait quarante mille cas bien caractérisés en Lombardie, et trente mille en Vénétie, précisément dans les contrées les plus riches et les plus productives de l'Italie. Cette maladie est inconnue, au contraire, dans l'ancien Napolitain, en Sicile et en Sardaigne. C'est assez dire que si la misère ou la mauvaise hygiène facilite le développement de la pellagre, elle n'en est pas du tout la cause. Cette maladie est intimement liée à un régime alimentaire très particulier. En effet, partout où la pellagre se rencontre à l'état endémique, on mange de la polenta ou de la cruchade, c'est-à-dire du pain azyme; partout où l'on mange du pain levé, la pellagre est inconnue. Ce simple rapprochement me paraît décisif, bien qu'il me soit impossible d'expliquer médicalement l'action que le régime exclusif du pain azyme exerce à la longue sur une constitution appauvrie.

» Il est plus aisé d'expliquer comment la bouillie a persisté dans certains pays, bien que l'usage du pain levé remonte à la plus haute anti-

quité. Il est question du levain pour la première fois, dans l'histoire, à l'occasion de l'Exode, de manière à prouver que le pain levé était alors d'usage absolument général en Égypte. Les Hébreux, forcés de quitter ce pays en masse et en toute hâte, durent emporter leur pâte sans la faire lever et manger du pain azyme pendant les premiers jours de leur fuite. C'est en commémoration de ce détail, très frappant pour eux, car la question de la nourriture a joué toujours le plus grand rôle dans leur longue circumvagation, que s'est établie la coutume de ne manger que des pains sans levain pendant la semaine de Pâques. En fait, la préparation du pain levé n'est pas chose commode pour des nomades; on n'en mangeait pas, quatre siècles auparavant, sous les tentes d'Abraham, de Lot ou de Jacob [1]; par la même raison on n'en mangeait pas davantage dans nos Landes à l'époque, peu éloignée de nous, où les pasteurs à longues échâsses faisaient paître leurs troupeaux en parcourant continuellement d'énormes espaces dépourvus de voies de communication. Rien n'égale au contraire la rapidité, la simplicité de préparation de la nourriture azyme. De grand matin on allume du feu avec des bruyères desséchées ou des bûches de bois de pin; on place dessus une simple marmite; quand l'eau bout, on la sale, puis d'une main on y projette de temps en temps une poignée de farine de maïs ou de millet, tandis que de l'autre on tourne continuellement avec une cuiller en bois. Lorsque la bouillie est assez épaisse, on la coule encore chaude dans des plats ou des moules quelconques, où elle se refroidit; elle prend bientôt assez de consistance pour qu'on puisse la couper et tenir les morceaux à la main. Voilà la nourriture de la journée pour toute la famille. Pas de provision de levûre à conserver, pas de temps perdu à pétrir la pâte, pas de paniers rentoilés pour faire fermenter les pâtons, pas de four à chauffer pour la cuisson, en un mot pas de boulangerie : c'est à la fois simple, rapide, économique. La polenta ou la cruchade est positivement plus agréable au goût que le pain sec de nos campagnes, et elle procure plus vite un sentiment de réplétion dans l'estomac. Cependant la digestion de cette bouillie compacte est loin d'être aussi facile que celle du pain levé; j'ai pu m'en apercevoir plus d'une fois. Mais c'est aux maîtres de la science médicale qu'il appartient d'examiner comment l'usage exclusif de la nourriture azyme peut engendrer à la longue chez des individus débiles une altération de l'épiderme et finalement attaquer les centres nerveux. Si la question n'intéresse plus directement notre pays, elle est capitale pour la

---

[1] Mais on avait du lait, de l'huile et de la viande en quantité.

Science et pour nos voisins. Quant aux moyens préventifs, ils se réduisent, j'en suis convaincu, à substituer le pain levé à la bouillie azyme [1], dût-on, pour cela, faire augmenter un peu le salaire des pauvres ouvriers de la campagne ou diminuer certains impôts. »

M. le **Président** annonce à l'Académie que, d'après les renseignements qui viennent de lui être fournis par M. *Warren de la Rue*, aujourd'hui présent à la séance, le nombre des éléments de la pile au chlorure d'argent que ce savant a fait construire s'élève maintenant à 2500.

MÉMOIRES LUS.

PHYSIQUE. — *Sur les expériences photophoniques du professeur* Alexander Graham Bell *et de M.* Sumner Tainter. Note lue par M. **Ant. Breguet**.

« M. Alexander Graham Bell, dont je suis en ce moment l'interprète, a tenu à venir en personne à Paris, afin d'exprimer toute sa gratitude à l'Académie des Sciences, qui lui a décerné, cette année même, le prix Volta.

» Par la même occasion, M. Bell est heureux de présenter à l'Académie les résultats de ses plus récentes recherches, entreprises avec la collaboration de M. Sumner Tainter, sur une nouvelle branche de la Téléphonie, à laquelle il a donné le nom de *Photophonie*.

» Les derniers travaux de M. Bell peuvent se diviser en deux parties distinctes : une invention et une découverte.

» L'invention se rapporte à l'application, pour transmettre les sons au moyen d'un rayon lumineux, d'une propriété remarquable du sélénium [2], qui consiste en ce que, sous une de ses formes allotropiques, ce métalloïde présente une résistance plus faible au passage du courant électrique, lorsqu'il est exposé à la lumière, que s'il se trouve dans l'obscurité. M. Bell eut

---

[1] Si j'insiste sur ce point capital, c'est que, depuis quarante années, on discute dans les livres, journaux, Académies et Congrès sur cette maladie sans avoir réussi à l'enrayer en Italie. Dans ces quinze dernières années, elle y a presque doublé d'intensité, tandis qu'en France la simple substitution du pain levé à la cruchade de *millet* l'a fait disparaître, pour ainsi dire spontanément, sans intervention de moyens scientifiques.

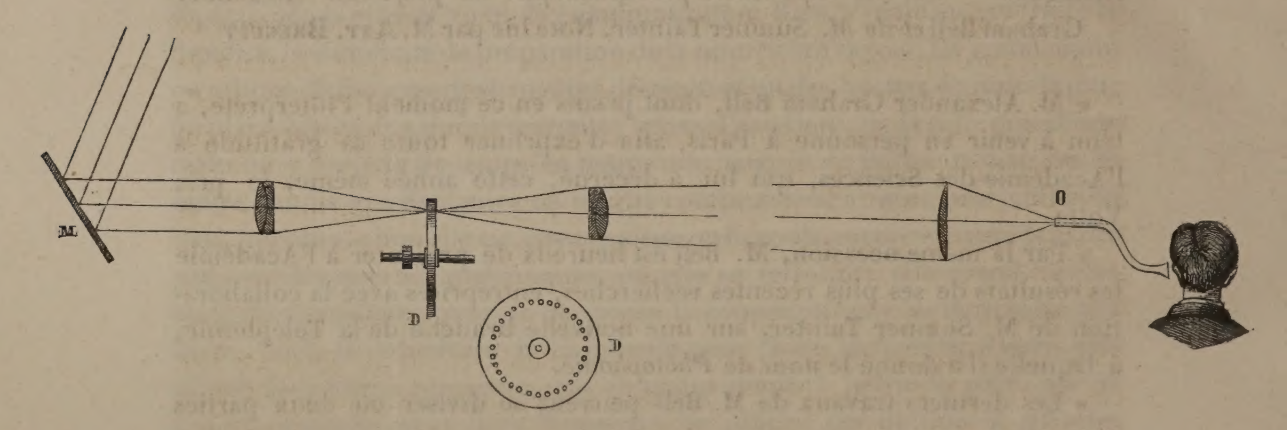
[2] Découverte en 1872 par MM. May et Willoughby Smith.

l'idée de placer dans un même circuit un téléphone ordinaire, une pile et une surface de sélénium (façonnée d'une manière particulière), afin d'entendre dans le téléphone, pour ainsi dire, toutes les variations d'intensité d'un rayon de lumière projeté sur le sélénium.

» Je le répète, c'est là l'invention; c'est là le photophone, sur lequel nous reviendrons avec plus de détails, dans une prochaine séance, aussitôt que les appareils, attendus de jour en jour à Paris, seront arrivés de Washington, et pourront être expérimentés.

» Le phénomène nouveau découvert par M. Bell, et qui fait, en somme, l'objet principal de la présente Note, a déjà été constaté par plusieurs savants dans mon usine, où les instruments de M. Bell se trouvent actuellement installés. La figure ci-dessous montrera immédiatement en quoi consiste ce phénomène.

» Elle représente l'expérience qui consiste à interrompre un rayon



de lumière à l'aide d'un disque de phénakisticope, tournant avec rapidité.

» Les rayons parallèles provenant de la source lumineuse, du Soleil par exemple, se réfléchissent sur le miroir M et sont concentrés à l'aide d'une lentille en un foyer où se trouve le disque perforé D (représenté en plan au bas de la figure). A leur sortie du disque, ces rayons sont reçus sur une autre lentille, qui les rend de nouveau parallèles, afin de leur permettre d'atteindre avec le moins de perte possible le poste récepteur. Dans ce dernier, une nouvelle lentille les force à converger au point O où doit s'exercer leur influence.

» Si l'on place en O une feuille d'ébonite mince, et qu'on y applique l'oreille, une note musicale sera perçue très distinctement. Recevons la lumière, non plus sur une feuille d'ébonite, mais sur l'orifice ouvert d'un

tube ([1]), dont l'autre extrémité sera maintenue contre l'oreille (c'est l'expérience représentée dans la figure), la note ne cessera pas d'être entendue. Obturons l'orifice libre du tube par un disque mince formé d'une substance *quelconque* et qui recevra directement la lumière : même résultat ([2]). Enfin, recevons simplement dans le conduit auditif le rayon lumineux vibratoire, et nous entendrons toujours la note, dont la hauteur dépend de la vitesse de rotation du disque perforé.

» Il existe encore, pour ces expériences, une forme qui peut servir plus commodément à mettre en évidence d'une manière complète la généralité du phénomène découvert par M. Bell. Cette forme consiste à soumettre à la lumière intermittente une éprouvette de verre renfermant toute espèce de substances, et à l'orifice de laquelle est ajusté le tube acoustique que l'on porte à son oreille.

» M. Bell a expérimenté, de cette façon, dans la journée d'hier, un grand nombre de corps différents, et nous pouvons citer les cristaux de bichromate de potasse et de sulfate de cuivre, l'ébonite, le charbon de cornue, le soufre et la fumée de tabac, parmi ceux qui ont donné les meilleurs résultats ([3]). Le chlorite de potasse a paru être la seule substance qui ne donnât lieu à aucun effet sonore.

» A vrai dire, les sons perçus ne sont pas d'une très grande intensité, et il est nécessaire, pour les entendre, de se placer dans des conditions de grand silence.

» Mais si, au lieu de ces tubes, de ces substances opaques, etc., on emploie du sélénium traversé par le courant d'une pile de six éléments Leclanché et que l'on porte à son oreille un téléphone ordinaire placé dans le circuit, l'intensité devient relativement considérable, et il n'est plus

---

([1]) Les tubes expérimentés jusqu'à présent étaient en caoutchouc, en bois, en laiton, en ébonite.

([2]) Les substances ainsi essayées sont : le chêne, le frêne, l'acajou, le sapin, le noyer, le cuir, le drap, l'ébonite*, le papier, l'étain, le métal de Jenkin, le métal de Babbitt, l'or, le zinc*, l'argent, le maillechort, le fer verni, le fer nu, le cuivre, l'aluminium, le fer-blanc, le plomb, le platine, l'argent platiné, le parchemin, la toile caoutchoutée, le carton, le mica, la gutta-percha, l'antimoine*. (Celles qui ont fourni les résultats les plus nets sont indiquées par un astérisque.)

([3]) Substances ainsi essayées : bichromate de potasse en cristaux, sulfate de cuivre en cristaux, iodite de potasse en cristaux, sélénium amorphe et cristallisé, soufre en bâton, fleur de soufre, papier, ébonite, bois, laiton, alun en poudre, charbon de cornue, camphre en poudre, iode, oxyde de manganèse, borax, acide tartrique en poudre, craie en poudre, carbonate de magnésie, tabac, fumée de tabac.

besoin, pour réussir l'expérience, de se mettre à l'abri des bruits extérieurs. M. Bell a cru de cette façon percevoir des sons musicaux dans un récepteur placé à plus de *deux kilomètres* de l'appareil transmetteur.

» Dans tous ces phénomènes, il serait intéressant de savoir si c'est la lumière ou la chaleur qui se trouve en jeu. Sans vouloir encore rien affirmer sur ce point d'une manière absolue, M. Bell raconte seulement avoir placé, devant le faisceau lumineux, une dissolution d'alun, puis une dissolution d'iode; dans le premier cas, les effets sonores étaient peu réduits en intensité; dans le second, on ne percevait presque plus aucun son.

» Lorsque je télégraphiai, il y a une quinzaine de jours, à M. Bell pour lui demander s'il ferait des expériences de photophonie à Paris, il me répondit : « Oui, certainement, si nous avons un beau soleil. » Quand je reçus sa visite, je lui proposai d'essayer de remplacer notre soleil d'octobre, si souvent couvert, par la lumière de l'arc voltaïque, ce qu'il n'avait jamais tenté de faire. Grâce à l'obligeant concours de M. Duboscq, nous sommes arrivés à obtenir de cette manière d'assez bons résultats; aussi serai-je à même de rendre les Membres de l'Académie, qui me feront l'honneur de venir dans mes ateliers, témoins des splendides expériences du professeur Graham Bell. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations algébriques.* Note de M. E. **West**, présentée par M. Yvon Villarceau.

(Renvoi à la Section de Géométrie.)

« Je me propose de faire connaître le résultat d'une étude relative à la théorie des équations algébriques, pour laquelle je me suis inspiré des principes indiqués par H. Wronski. J'ai examiné comparativement la méthode de Lagrange, celle de Wronski et plusieurs théorèmes d'Abel.

» Je vais commencer par rechercher la forme des racines des équations algébriques.

» Soit l'équation générale du degré m

$$(1) \qquad A_m X^m + A_{m-1} X^{m-1} + \ldots + A_1 X + A_0 = 0,$$

dans laquelle les coefficients $A_0, A_1, \ldots, A_m$ sont des quantités quelconques,

mais déterminées. Soit de plus une équation auxiliaire du même degré, dont tous les coefficients sont indéterminés,

$$(2) \qquad B_m x^m + B_{m-1} x^{m-1} + \ldots + B_1 x + B_0 = 0.$$

» La comparaison de ces deux équations permettra de déduire les racines de la première des racines de la seconde, si l'on établit une relation entre ces deux systèmes de racines ; de plus, si l'on dispose convenablement des coefficients arbitraires $B_0, B_1, \ldots$, l'équation auxiliaire pourra être ramenée à une forme résoluble. La forme qui conviendra dans tous les cas est celle des équations binômes.

» En désignant par

$$(3) \qquad X = \varphi x$$

la relation supposée entre les racines des deux équations, on aura, d'après ce qui précède, les conditions

$$(4) \qquad B_{m-1} = B_{m-2} = \ldots = B_1 = 0.$$

$x_1, x_2, \ldots, x_m$ étant les racines de l'équation (2), $\varphi x_1, \varphi x_2, \ldots, \varphi x_m$ seront celles de l'équation (1), et cette équation donne

$$(5) \qquad \left\{ \begin{array}{l} -\dfrac{A_{m-1}}{A_m} = \varphi x_1 + \varphi x_2 + \ldots + \varphi x_m, \\ \dfrac{A_{m-2}}{A_m} = \varphi x_1 . \varphi x_2 + \varphi x_1 . \varphi x_3 + \ldots + \varphi x_{m-1} . \varphi x_m, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ (-1)^m \dfrac{A_0}{A_m} = \varphi x_1 . \varphi x_2 . \ldots . \varphi x_m. \end{array} \right.$$

» Ces relations, étant symétriques par rapport à $\varphi x_1, \varphi x_2, \ldots$, le sont aussi par rapport à $x_1, x_2, \ldots$, de même que les relations en x dérivant des conditions (4); par suite, ces dernières pourront servir à calculer rationnellement les seconds membres des équations (5), en y joignant l'expression non encore déterminée

$$x_1 . x_2 \ldots x_m = (-1)^m \frac{B_0}{B_m}.$$

» Ainsi il restera, après cette élimination des quantités $x_1, x_2, \ldots, x_m$, m relations qui permettront de déterminer B_0 et $m-1$ autres quantités. Or la fonction φx, jusqu'à présent arbitraire, peut être considérée comme dépendant de $m-1$ quantités que je désignerai par $a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}$; les

relations (5) seront donc également symétriques par rapport à ces quantités. Il en résulte que $a_1, a_2, \ldots a_{m-1}$ sont les racines d'une seule et même équation du degré $m - 1$:

$$C_{m-1} a^{m-1} + C_{m-2} a^{m-2} + \ldots + C_0 = 0. \tag{6}$$

Cette relation permet de déterminer la forme de la fonction φx; car toute fonction de x et de $m - 1$ quantités, qui admet nécessairement une relation, telle que (6), du degré $m - 1$ entre ces quantités, satisfait à la relation

$$C_{m-1} \frac{d^{m-1} \varphi x}{dx^{m-1}} + C_{m-2} \frac{d^{m-2} \varphi x}{dx^{m-2}} + \ldots + C_1 \frac{d\varphi x}{dx} + C_0 \varphi x = 0. \tag{7}$$

» Cette proposition provient de la dépendance réciproque d'une équation différentielle à coefficients constants et de son équation caractéristique; j'y reviendrai plus loin.

» La fonction φx est donc

$$\varphi x = e^{a_1 x} + e^{a_2 x} + \ldots + e^{a_{m-1} x}.$$

» Les constantes arbitraires sont prises égales à l'unité, parce que les quantités $a_1, a_2, \ldots, a_{m-1}$, et par suite les exponentielles $e^{a_1 x}, e^{a_2 x}, \ldots$ entrent symétriquement dans les relations (5).

» La quantité x est ici déterminée par l'équation (2), qui devient, à cause des conditions (4),

$$B_m x^m + B_0 = 0.$$

» Le coefficient B_0 est déterminé, et l'on peut faire $B_m = 1$; on peut aussi admettre, d'après la forme de φx, que les racines de l'équation (6) soient multipliées par la valeur arithmétique de la racine $m^{\text{ième}}$ de B_0; B_0 sera pris avec un signe tel que x soit toujours une racine ρ de l'unité positive, afin d'introduire plus d'uniformité dans les calculs. L'équation auxiliaire (2) se réduit en définitive à

$$\rho^m - 1 = 0, \tag{8}$$

et la racine X de l'équation proposée a pour expression

$$X = e^{a_1 \rho} + e^{a_2 \rho} + \ldots + e^{a_{m-1} \rho}. \tag{9}$$

» Telle est la forme fondamentale des racines des équations algébriques; les racines d'une équation du degré m dépendent ainsi des racines d'une équation du degré $m - 1$.

» L'équation (8), d'après Wronski, est l'*équation réduite*, et l'équation (6) est généralement appelée *réduite* ou *résolvante*. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Tremblement de terre de Smyrne, du 29 juillet 1880.* Extrait d'un Mémoire adressé par M. le Dr CARPENTIN (¹).

(Renvoi à la Section de Minéralogie et Géologie.)

L'Académie ayant demandé à M. Pellissier de Reynaud, consul général de France à Smyrne, des renseignements sur le tremblement de terre qui venait d'affliger cette ville, M. le Dr Carpentin, médecin sanitaire, s'est empressé de faire les recherches dont on donne ici le résumé :

« Le 29 juillet 1880, à $4^h 53^m$ du matin, un terrible tremblement de terre, de douze à quinze secondes de durée, le plus fort depuis 1778, ébranla la ville entière, en jetant la consternation parmi les habitants.

» La direction générale des mouvements était NNO-SSE; mais ils se sont manifestés de diverses manières, en produisant l'effet d'une poussée verticale souterraine, suivie d'ondulations et de mouvements gyratoires, en sorte que ce tremblement de terre, composé de plusieurs secousses, paraît devoir être considéré comme ayant été produit par des mouvements *mixtes*.

» A défaut d'indications notées par un sismographe, j'ai pu recueillir les éléments fournis par un instrument enregistreur qui en a rempli l'office. C'est un piano dont les angles ont gravé, sur les murs d'un salon, des empreintes qui constituent des données suffisantes pour établir approximativement l'intensité du tremblement de terre, le nombre de secousses dont il était composé, la poussée verticale, le mouvement dans les différents sens : longitudinal, transversal, vertical, gyratoire et hélicoïdal. C'est ce dernier mouvement, résultant de la combinaison des autres, qui a dû déterminer la projection presque régulière, sur le sol, de l'eau contenue dans les bassins, dans les terrines ou autres vases circulaires, qui étaient à peu près vidés après la catastrophe.

» Des cheminées et des pignons ont été renversés, tantôt vers le sud et tantôt vers le nord. Il en a été de même pour plusieurs objets d'étagères, statuettes, etc., qui sont tombés dans différentes directions (²).

(¹) Ce Mémoire, fort étendu, contient un ensemble de documents sur les tremblements de terre ressentis à Smyrne depuis l'antiquité la plus reculée jusqu'au 26 septembre 1880. On n'a reproduit ici que les principaux détails de la catastrophe du 29 juillet dernier.

(²) Dans la chapelle de l'hôpital français, une croix en cuivre de $0^m,60$ de longueur,

» L'*intensité* de ce tremblement de terre a été très forte, comme on peut en juger par les effets produits. Il se produisit des craquements dans toutes les maisons et des écroulements nombreux.

» D'après les renseignements que j'ai pu me procurer, le mont Sipyle, et plus particulièrement sa partie occidentale, appelée *Imamlar Dagh*, aurait été le centre du mouvement, dont le maximum d'intensité se serait manifesté dans le voisinage du bourg de Ménémen.

» Le *mode de propagation du mouvement* paraît avoir été *concentrique*. En effet, la violence des secousses a été d'autant moins accusée que les points où elles ont été senties sont plus éloignées du foyer. C'est ainsi que, dans le périmètre de l'aire de propagation de ce phénomène, Balukesser, Brousse, Mughla et Rhodes ont à peine senti des trépidations, tandis que Mételin, Aivalik, Pergame, Kirk-Agatsch, Ak-Hissar, Alascheir, Denisli, Samos et Chio ont ressenti des secousses plus fortes, mais incapables d'y causer le moindre dégât, alors que Nasli, Aïdin, Thyra, Odemisch, Baindur, Échelle-Neuve, Tschesmé, Vourla, Sevdikeuï, Boudja et Cassaba, plus près du centre du mouvement, ont été plus violemment secouées, sans avoir cependant souffert réellement. Les villes le plus éprouvées après Ménémen sont Bournabat, Smyrne et Magnésie, c'est-à-dire les plus proches du Sipyle.

» Ce tremblement de terre a donc été localisé à la plus grande partie de la province de Smyrne.

» La *vitesse de propagation du mouvement* n'a pu être appréciée, faute d'observations exactes sur l'heure où le phénomène s'est manifesté dans les diverses localités ; mais le peu d'étendue du pays engagé dans l'ébranlement du sol et la violence de l'impulsion centrale font supposer une différence peu sensible en ce qui concerne le moment précis où ont été ressenties, dans chaque lieu, les premières oscillations.

» I. Parmi les *phénomènes précurseurs qui ont précédé* le tremblement de terre du 29 juillet, les uns sont *éloignés*, les autres *rapprochés*.

à large base, qui reposait sur le tabernacle, à $2^m,50$ de hauteur, a été projetée de l'est à l'ouest, à 4^m de distance, sur les dalles du sanctuaire, où elle s'est brisée, tandis qu'une statue, à peu près de grandeur naturelle et située à quelques pas de là, a *glissé*, sans tomber, de l'est à l'ouest, de plusieurs centimètres, avec son socle. En même temps, dans la sacristie, une statuette décrivait sur elle-même un quart de circonférence, pendant qu'une autre statue, presque de grandeur naturelle, faisait, à Bournabat, chez les sœurs de Saint-Vincent de Paul, un *demi-tour* sur son piédestal (*mouvement gyratoire*).

» Dans les premiers, il faut noter l'excessive rigueur de l'hiver, la sécheresse relative de la période hivernale et absolue de l'été, et la chaleur torride de cette saison.

» Parmi les seconds, on doit citer l'état particulier de l'atmosphère, peu de temps avant la catastrophe et au moment même, et, ici, je ferai observer que, pendant le mois de juillet, à l'extrême sécheresse s'ajoutait une diminution sensible dans le débit des puits artésiens, dont l'eau s'écoulait quelquefois d'une manière intermittente.

» Des nuages orageux, survenant de 9^h à 10^h du matin, couvraient une grande partie du ciel et étaient accompagnés, jusqu'au 17, de grondements de tonnerre, espèce d'orage avorté qui se dissipait chaque soir au coucher du Soleil pour reparaître le lendemain, en se comportant de la même façon....

» La température s'éleva plus que jamais du 18 au 25 juillet, en atteignant, le 22, un maximum de 41°,6 C. La tension électrique de l'atmosphère était considérable....

» Le 28, à 8^h du soir, le baromètre, qui baissait depuis le 25, descendit au minimum de $754^{mm},53$ pour remonter, à 10^h du soir, à $756^{mm},91$; une légère brise de nord-nord-est au sud-ouest, constante pendant trois heures (de $1^h 40^m$ à $4^h 40^m$), fit place à un faible vent de nord-est à $4^h 53^m$, au moment où un mugissement souterrain, accompagné d'émanations sulfureuses (1), signala le commencement du tremblement de terre....

» II. Phénomènes qui ont accompagné le tremblement de terre. — 1° *Ménémen*. Voici un extrait du procès-verbal (masbata) dressé par les autorités de cette ville, le lendemain de la catastrophe :

« Sur 1140 maisons dont se compose Ménémen, dit ce document, 220 sont inhabitables, et le nombre des maisons et boutiques entièrement écroulées s'élève à 455. Toutes les mosquées, au nombre de 7, ont été endommagées; 6 ont perdu leurs minarets, et leurs coupoles menacent ruine. L'église grecque est hors de service. On compte 6 morts et 31 blessés. La population campe dans les vignes.

» A une demi-heure de distance de Ménémen, du côté de l'ouest, la terre s'est fendue en plus de 160 endroits différents, et les fentes se sont refermées après avoir vomi, pendant trois heures, des eaux vert noirâtre qui ont inondé une grande partie de la plaine. »

» Quelques-unes de ces crevasses, de $0^m,20$ à $0^m,30$ de largeur, ont donné

(1) Ces émanations ont été senties par quelques personnes dignes de foi.

issue à des eaux d'abord jaillissantes, puis courantes, pendant trois jours. En un point, où une grande ouverture avait englouti un champ de blé, on a vu sourdre un volume d'eau considérable, dans lequel il y avait des herbes marines, quoique la mer fût à une distance de trois heures ([1]). Cette eau était froide et saumâtre. Partout on sentait l'odeur caractéristique du soufre.

« Les villages d'Émir-Alem, Suleymanli, Barudjé, Hissar, Borghir et Telekler, sis aux environs de Ménémen et composés chacun d'environ 150 maisons, ont été presque anéantis, et c'est à peine si 5 ou 6 habitations sont restées sur leurs fondements dans chacune de ces localités. »

» A Émir-Alem, des éboulements ont eu lieu. D'énormes blocs de rochers se sont détachés de la montagne et ont roulé à plus de 30^{m} dans la plaine. Les moulins à vent situés sur les collines, à l'entrée du bourg, sont presque tous détruits.

» Entre Ménémen et Cordélio, à l'échelle de Thomasso, 300 à 400 chameaux venaient d'apporter des charges de pastèques et de melons. Ils étaient agenouillés et ruminaient tranquillement, lorsqu'ils ont senti les premières secousses du sol. Pris de frayeur instinctive, ils se sont livrés à une danse désordonnée, en poussant des beuglements affreux.

» A Ouloudjak, beaucoup de maisons ont été endommagées. A Cordélio, des habitations ont été lézardées.

» La ligne du chemin de fer de Smyrne à Cassaba, qui traverse le foyer du tremblement de terre, a été assez dérangée, dans la région du Boghaz, sur un parcours de 3^{km}, pour qu'un train venant de Magnésie se vît forcé de rebrousser chemin. M. Redeuil, ingénieur français et administrateur de cette ligne, m'a affirmé que, sur plusieurs points, le terrain sur lequel reposent les rails s'était affaissé de $0^{m},60$, *par glissement,* d'après lui, attendu que la chaussée est nivelée dans des terres d'alluvion assises sur les pentes de la montagne. L'eau qui a jailli sur la voie ferrée par des crevasses venait du Guédyze et contenait du sable du lit de ce cours d'eau, très rapproché de la ligne en certains endroits. Deux ponts du chemin de fer ont subi un affaissement et des détériorations....

» La plaine, entre Ménémen et Magnésie, a été également bouleversée

---

([1]) Ce fait paraît explicable, le terrain d'alluvion où il s'est produit ayant été gagné peu à peu sur la mer par les dépôts dus aux nombreux débordements du Guédyze (ancien Hermus).

de fond en comble. En différents points, ont surgi des sources d'eaux thermales ou froides, qui paraissent être sulfureuses. Ailleurs, la terre s'est fendue, et de larges et profondes crevasses se sont formées.

» 2° *Bournabat*, ville de plaisance, à 8^{km} de Smyrne et à 17^{km}, en ligne directe, de Ménémen, a été très maltraitée. Plus de 250 maisons ont été délabrées. Presque toutes réclament des réparations importantes.

» Au delà, les villages de Narlikeuï, Hadjilar, Bounarbachi, Ichiklar et Nymphio n'ont été que fortement secoués. A Coucloudja, l'église et le clocher ont été endommagés.

» 3° *Smyrne*, ville de 200000 habitants, distante de Ménémen de 17^{km},7, en ligne droite, a subi des pertes matérielles incalculables. 4 personnes ont trouvé la mort sous les décombres, et 30 autres ont été blessées plus ou moins grièvement....

» Aucune construction n'est exempte de réparations; le chiffre des cheminées renversées et des murs crevassés ne peut être évalué, même approximativement.... Cependant, les maisons construites près du quai et le quai lui-même, bien que fortement ébranlés pendant le phénomène, n'ont pas conservé, autant que les autres constructions de Smyrne, les traces des violences de ce tremblement de terre.

» Plusieurs raisons expliquent, je crois, cette différence. La première, c'est que ce nouveau quartier est placé sur un terrain rapporté, pris sur la mer, à l'aide de remblais récents, en sorte qu'il y a eu là, dans la transmission du mouvement, une déperdition de force plus grande que dans le roc ou dans les terrains plus anciens, tassés depuis longtemps. La seconde raison, c'est que les constructions nouvelles ont des fondations largement assises sur des poutres de bois horizontales ou verticales (pilotis), solidement enchevêtrées ou profondément enfoncées dans la terre : de là, et grâce aussi à la nature du sol, une grande élasticité qui adoucit les mouvements imprimés et rend, par suite, leurs effets moins désastreux. En outre, il ne faut pas oublier que ces maisons neuves n'avaient encore été ébranlées par aucun tremblement de terre.

» Le long des quais, dans les bassins des établissements de bains, on constata que l'eau de la mer, soulevée de bas en haut, produisait une sorte de bouillonnement sur place, sans éprouver des mouvements rapides de flux et de reflux, comme ceux qui ont été remarqués ailleurs, dans des circonstances analogues.

» Les eaux du lac de Tantale se sont comportées de la même façon que celles de la mer....

» 4° *Magnésie,* ville éloignée de Ménémen de 30km,5, sur le chemin de fer de Cassaba, a relativement peu souffert. Deux mosquées, dont l'une très ancienne, ont perdu leurs minarets et leurs coupoles, et plusieurs personnes ont été mortellement atteintes par la chute des débris de ces monuments.

» .... Voilà bientôt deux mois écoulés depuis ce grand tremblement de terre, et l'équilibre du sol ne paraît pas encore près de se rétablir. Sans compter les trépidations plus ou moins accentuées qui se produisent presque journellement, on entend, de temps à autre, quelques petits craquements dans l'intérieur des maisons, symptômes qui paraissent résulter des *tassements* qui s'effectuent probablement dans le sol.

» *En résumé,* les ravages et les phénomènes produits par ce tremblement de terre ont été limités à la chaîne du Sipyle et aux plaines qui entourent ces montagnes, dans un périmètre de quelques lieues seulement.

» Cependant le contre-coup de cet ébranlement s'est fait sentir, comme je l'ai dit plus haut, à de grandes distances du foyer (à Brousse, à Rhodes, etc.). Les journaux d'Athènes ont annoncé que les chronomètres de cette ville se sont arrêtés le 29 juillet, au moment même où les terribles secousses avaient failli détruire notre ville [1].

» Smyrne, située, pour ainsi dire, à califourchon sur les ramifications souterraines des volcans de l'Archipel, des foyers volcaniques du groupe du Kizil-Dagh et de ceux du mont Sipyle, occupe une position dangereuse qui lui a valu déjà, à travers les siècles passés, des destructions et des reconstructions nombreuses.

» Les foyers des tremblements de terre qui ont détruit si souvent cette ville, dans l'antiquité comme de nos jours, paraissent toujours siéger au nord, *sous le Sipyle,* point où, depuis 1362 environ avant J.-C., c'est-à-dire depuis plus de *trois mille ans,* on peut admettre l'existence d'un volcan, trop faible pour s'ouvrir un cratère permanent, mais assez fort cependant pour bouleverser le sol et renverser des villes à des époques presque périodiques. Aussi suis-je tenté de dire, avec l'auteur de la relation du tremblement de terre de 1778 :

« Il faut avouer que ce pays n'est guère habitable que pour ceux que la nécessité y retient. Les malheurs de Smyrne, dans les différentes époques de son histoire ancienne et moderne, offrent un tableau qui donne de l'épouvante aux plus intrépides, et ce n'est pas

---

(1) *L'Impartial,* journal de Smyrne, numéro du 25 août 1880.

une ville où l'on doive se fixer de préférence, malgré la liberté dont on y jouit et quelques agréments que l'on y trouve dans les temps tranquilles ([1]). »

» Je ne dois pas oublier de faire remarquer, en terminant, la coïncidence du dernier tremblement de terre de Smyrne avec les catastrophes du même genre qui ont eu lieu dans d'autres parties du monde. On a signalé, en effet, du 12 au 21 juillet, les terribles bouleversements dont Manille a été le théâtre ([2]). Des nouvelles de Lisbonne ont annoncé qu'à la fin du même mois une île avait surgi, dans le groupe des Açores, à la suite d'un tremblement de terre ([3]). Le 25 juillet, des secousses ébranlèrent le sol des environs de Naples et donnèrent naissance, le 27, à deux nouveaux cratères dans le Vésuve ([4]). Enfin, après une dépression barométrique progressive depuis le 25, survint, le 29 du même mois, le tremblement de terre qui ébranla Smyrne et ses environs, en terminant la série des désastres volcaniques qu'une période néfaste de *dix-sept* jours venait d'enregistrer au profit de l'histoire géologique du globe. »

VITICULTURE. — *Sur les effets produits par la culture de l'absinthe comme insectifuge et sur son application préventive contre le Phylloxera.* Note de M. **Poirot** (Extrait).

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

« Je n'ai jamais vu, parmi les plantes d'absinthe qui couvrent d'immenses terrains de l'Amérique du Nord, ni mouches, ni fourmis, ni vers, ni insectes quelconques, et je pourrais ajouter ni scorpions, ni tarentules, ni serpents à sonnettes.

» .... Je crois que le Phylloxera ailé ne pourrait vivre longtemps à côté de plantes d'absinthe et que le Phylloxera souterrain ne pourrait subir ses métamorphoses dans un terrain modifié par l'engrais d'absinthe.

» L'absinthe, je viens d'en faire l'expérience, croît aussi facilement ici que dans le nouveau monde, et la quantité de tiges dont on peut débarrasser la plante deux ou trois fois par an est considérable.

» Les tiges, laissées sur le sol et recouvertes de terre, peuvent former un

---

([1]) B.-F. Slaars, *Ouvrage cité*, p. 133.

([2]) *La Réforme*, journal de Smyrne, numéro du 17 août 1880.

([3]) *L'Impartial*, journal de Smyrne, numéro du 4 août 1880.

([4]) *L'Impartial*, journal de Smyrne, numéro du 11 août 1880.

engrais suffisant pour fertiliser le sol et aider heureusement au rétablissement de la vigne. »

M. de la Loyère adresse une Note relative à l'emploi des huiles provenant des calcaires bitumineux de Seyssel, pour combattre le Phylloxera.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

M. A. Guilloud adresse divers documents sur les essais faits par lui pour combattre le Phylloxera au moyen du brome.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

M. A. Lehmann, M. Doublet, M. A. Laverré, M. H. Willard adressent diverses Communications relatives au Phylloxera.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

MM. Boutmy et Lutaud adressent, par l'entremise de M. Pasteur, une Note sur la composition des eaux de Seltz artificielles.

(Renvoi à la Commission des Arts insalubres.)

M. le Secrétaire perpétuel annonce qu'il a reçu, soit directement, soit par l'entremise du Ministère de l'Agriculture ou du Ministère de l'Instruction publique, un certain nombre de Lettres dans lesquelles différents viticulteurs demandent à être compris dans la distribution, qui pourra être faite, des plants ou graines d'une vigne à tige herbacée et racine bulbeuse, cultivée au Soudan et signalée par M. *Lécard* (¹).

Ces diverses demandes seront transmises, ainsi que celles qui pourront arriver ultérieurement, à la Commission du Phylloxera. Il y sera fait droit dès que l'envoi annoncé par M. Lécard sera parvenu à l'Académie.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Le « Bulletin météorologique du département de l'Hérault, année 1879 ».

(¹) *Comptes rendus*, séance du 13 septembre 1880, p. 502.

2° Une Thèse de M. *A.-H. Warthmann*, de Genève, intitulée « Recherches sur l'enchondrome; son histologie et sa genèse ».

ASTRONOMIE. — *Éphéméride de la comète b 1880 (suite)*, par M. G. BIGOURDAN. Présentée par M. l'amiral Mouchez.

Dates. 1880.	Temps moyen de Paris.	Ascension droite apparente.	Déclinaison apparente.	log Δ.	Éclat.
		h m s	° ′ ″		
Octobre....	14,5	6.14. 8,8	+ 5. 2.24	0,237588	1,17
»	16,5	6. 9.57,9	+ 3.51.48	0,232066	1,19
»	18,5	6. 5.33,3	+ 2.39.40	0,226871	1,20
»	20,5	6. 0.55,0	+ 1.26. 7	0,222042	1,21
»	22,5	5.56. 2,8	+ 0.11.22	0,217635	1,22
»	24,5	5.50.57,1	— 1. 4.24	0,213693	1,23
»	26,5	5.45.38,1	— 2.20.55	0,210261	1,23
»	28,5	5.40. 6,3	— 3.37.54	0,207393	1,23
»	30,5	5.34.22,4	— 4.55. 2	0,205123	1,23
Novembre..	1,5	5.28.26,9	— 6.11.56	0,203490	1,22
» ..	3,5	5.22.21,0	— 7.28.15	0,202527	1,21
» ..	5,5	5.16. 5,7	— 8.43.36	0,202254	1,20
» ..	7,5	5. 9.42,3	— 9.57.34	0,202692	1,18
» ..	9,5	5. 3.12,2	—11. 9.48	0,203847	1,16
» ..	11,5	4.56.36,9	—12.19.53	0,205726	1,13
» ..	13,5	4.49.58,1	—13.27.31	0,208307	1,11
» ..	15,5	4.43.17,4	—14.32.22	0,211578	1,08
» ..	17,5	4.36.36,5	—15.34.11	0,215518	1,04
» ..	19,5	4.29.57,0	—16.32.45	0,220088	1,01
» ..	21,5	4.23.20,7	—17.27.52	0,225263	0,97

» Cette éphéméride est la suite de celle que j'ai donnée dans le n° 3 des *Comptes rendus* (deuxième semestre 1880, p. 153) et a été calculée avec les mêmes éléments. Voici ses corrections :

Dates. 1880.	Correction en ascension droite.	Correction en déclinaison.
Septembre 30..................	+1s,5	+2′,6
Octobre 11....................	+1s,0	+2′,8

» Maintenant l'éclat réel de la comète est bien inférieur à l'éclat calculé.

» Le 30 septembre, par un beau ciel, l'éclat de la comète m'a paru au plus égal à celui du 18 mai, quoique à cette dernière date la comète fût

moins élevée au-dessus de l'horizon. L'éclat calculé étant 0,82 pour le 18 mai, 1,04 pour le 30 septembre, il résulterait de là une diminution d'éclat de 1 à 0,79 par une cause étrangère à la variation des distances de la comète au Soleil et à la Terre. »

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète d 1880 (découverte le 29 septembre par M. le Dr* Hartwig, *à Strasbourg), faites à l'Observatoire de Paris (équatorial de la tour de l'Ouest), par* M. G. **Bigourdan**. Communiquées par M. l'amiral Mouchez.

Dates. 1880.	Étoiles de comp.	Grandeur.	Ascension droite. ☉*—☆	Réfract.	Parall.	Déclinaison. ☉*—☆	Réfract.	Parall.
			m s	s	s	′ ″	″	″
Oct. 1..	*a*	8	+1.14,17	−0,02	+0,82	−6.10,4	−0,5	+11,1
4..	*b*	4,5	+1.29,21	0,00	+0,67	−5.46,5	−0,2	+ 8,3
8..	*c*	9,5	+0.49,71	0,00	+0,60	+1.15,2	0,0	+ 8,4

Positions des étoiles de comparaison.

Dates. 1880.	Étoiles.	Ascension droite moyenne 1880,0.	Réduction au jour.	Déclinaison moyenne 1880,0.	Réduction au jour.	Autorité.
		h m s	s	° ′ ″	″	
Oct. 1.	*a* 27145 Lalande...	14.48. 3,69	+1,61	+28.59.45,8	−4,9	4 obs. mér. Paris.
4.	*b* γ Couronne.....	15.37.42,23	+1,72	+26.40.35,7	−0,6	539 Sternen.
8.	*c* 2989 Arg.-Z.+22°	16.28.22, 6	»	+22.47,6	»	Arg.-Z.

Positions géocentriques de la comète, rapportées à l'équateur et à l'équinoxe apparents de l'époque.

Dates. 1880.	Temps moyen de Paris.	Ascension droite.	Déclinaison.	Nombre de comparaisons.
	h m s	h m s	° ′ ″	
Oct. 1......	8.23. 2	14.49.20,27	+ 28.53.41,1	22 : 15
4.......	7.14.42	15.39.13,83	+ 26.34.56,7	19 : 19
8......	8.52.29	»	»	19 : 12

» *Remarques*. — Octobre 1 : la comète a un beau noyau, parfaitement rond, de 9″ de diamètre environ; la chevelure met de dix à douze secondes à passer. Avec un grossissement de 58 fois, la queue a paru avoir un peu plus de 1° de longueur.

» Angle de position de la queue : 42°, 9.

» Les observations du 4 et du 8 octobre ont été faites par un ciel très nuageux; on n'a plus aperçu de queue. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la fonction résolvante de l'équation* $x^m + px + q = 0$. Note de M. A. PUJET.

« *Il existe, pour chaque valeur entière de* m, *une fonction indépendante des coefficients* p *et* q, *dont le calcul permet de résoudre toutes les équations trinômes de la forme*

$$(1) \qquad x^m + px + q = 0.$$

» Pour démontrer cette proposition et former la fonction en question, considérons l'équation

$$(2) \qquad x^m - kxy - y = 0,$$

et regardons-la comme établissant une relation entre les deux variables x et y. On trouve, par la différentiation, l'équation

$$(3) \qquad (mx^{m-1} - ky)\,dx - (kx + 1)\,dy = 0,$$

qu'on peut combiner de toutes les façons possibles avec l'équation (2).

» Posons

$$(4) \qquad mx^{m-1} - ky = z,$$

et formons l'équation qui donne les valeurs de z, pour toutes les valeurs de x qui sont racines de l'équation (2); il faut, pour cela, éliminer x entre les équations (2) et (4). On trouve, par la combinaison de ces équations,

$$(5) \qquad x = \frac{my}{z + (1 - m)ky},$$

et le résultat de l'élimination est

$$(6) \qquad m^m y^{m-1} = (z + ky)[z + (1 - m)ky]^{m-1}.$$

» On reconnaît aisément que le coefficient de z, dans cette équation, est égal à zéro; ce n'est d'ailleurs qu'un cas particulier d'un fait général, car, en vertu de la relation $\sum \frac{1}{f'(\alpha)} = 0$, l'équation qui fait connaître les valeurs que prend la fonction $f'(x) = \frac{df(x)}{dx}$, pour toutes les valeurs de x qui sont racines de l'équation entière $f(x) = 0$, n'a pas de terme du premier degré.

» Cette équation fournit donc une relation de la forme

(7) $$z^2\varphi(z) = m^m y^{m-1} - (1-m)^{m-1} k^m y^m,$$

où $\varphi(z)$ désigne une fonction entière du degré $m-2$, homogène en z et ky; et nous avons, pour toutes les valeurs de x qui sont racines de l'équation (2),

$$z\sqrt{\varphi(z)} = \sqrt{m^m y^{m-1} - (1-m)^{m-1} k^m y^m}.$$

» L'équation différentielle (3) peut alors se mettre sous la forme

(8) $$\frac{dx}{(1+kx)\sqrt{\varphi(z)}} = \frac{dy}{\sqrt{y^{m-1}[m^m - (1-m)^{m-1} k^m y]}}.$$

» Introduisons maintenant une nouvelle variable t, en posant

$$z = kyt,$$

il vient, en vertu de la relation (5),

$$x = \frac{m}{k(t+1-m)}, \quad 1+kx = \frac{t+1}{t+1-m}, \quad dx = -\frac{mdt}{k(t+1-m)^2}.$$

» La fonction $\varphi(z)$ prend alors la forme

$$\varphi(z) = k^{m-2} y^{m-2} \psi(t),$$

$\psi(t)$ désignant une fonction entière de la variable t, à coefficients numériques et du degré $m-2$, et l'équation (8) peut s'écrire, après quelques transformations simples,

(9) $$\frac{m\,dt}{(m-1-t)(1+t)\sqrt{\psi(t)}} = \frac{k^{\frac{m}{2}}\,dy}{\sqrt{m^m y - k^m (1-m)^{m-1} y^2}}.$$

» Le résultat annoncé est alors manifeste, car, si l'on pose

$$\frac{m\,dt}{(m-1-t)(1+t)\sqrt{\psi(t)}} = \frac{k^{\frac{m}{2}}\,dy}{\sqrt{m^m y - k^m (1-m)^{m-1} y^2}} = du,$$

u est une fonction connue de la variable y, $u = \mathrm{F}(y)$; c'est en même temps une fonction déterminée indépendante de p et q de la variable t, de sorte qu'on peut écrire $t = \mathrm{R}(u)$, en appelant R la fonction inverse de celle-là. On a donc

(10) $$t = \mathrm{R}[\mathrm{F}(y)].$$

» Pour le cinquième et le sixième degré, R est le symbole d'une fonction elliptique; c'est une fonction abélienne pour les degrés supérieurs.

» S'il s'agit de résoudre l'équation (1), on remarquera qu'on doit avoir

$$q = -y, \quad p = -ky,$$

et, par conséquent,

$$y = -q, \quad k = \frac{p}{q}.$$

» Le cadre restreint de cette Note m'empêche de donner les détails de calcul qui seraient nécessaires pour la compléter. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une propriété de la fonction de Poisson et sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre.* Note de M. **Ph. Gilbert**.

« II. Si, dans l'équation (3) de ma Communication précédente,

$$\text{(A)} \qquad (p_i - \lambda_i, p_k - \lambda_k) = \frac{(-1)^{i+k}}{\Delta} \sum_{r,s} (-1)^{r+s} \Delta_{ik}^{rs} (F_r, F_s),$$

on suppose que les fonctions $F_1, F_2, \ldots, F_m$ vérifient, pour deux valeurs quelconques de r et de s prises dans la suite $1, 2, \ldots, m$, la relation

$$\text{(B)} \qquad (F_r, F_s) = 0,$$

et que le déterminant Δ ne soit pas nul, on aura, pour deux indices quelconques i et k pris dans la suite $1, 2, \ldots, m$, en vertu de l'égalité (A), la relation

$$\text{(C)} \qquad (p_i - \lambda_i, p_k - \lambda_k) = 0.$$

Cette équation, qui est fondamentale dans la théorie de Jacobi, donne lieu à deux observations essentielles : 1° la démonstration précédente ne suppose nullement que $p_1, p_2, \ldots, p_n$ soient les dérivées partielles, par rapport à $x_1, x_2, \ldots, x_n$, d'une même fonction z de ces variables, mais uniquement que les fonctions $F_1, F_2, \ldots, F_m$ vérifient les $\frac{m(m-1)}{2}$ conditions (B); 2° les équations (B) peuvent être des *identités*, indépendantes de toute relation entre les $2n$ variables $x_1, \ldots, x_n, p_1, \ldots, p_n$, ou des *équations* qui résultent des relations données $F_1 = 0, \ldots, F_m = 0$; toujours

les relations (C) auront lieu *identiquement*, puisque les seules variables $x_1, \ldots, x_n, p_{m+1}, \ldots, p_n$ qui y figurent ont été traitées jusqu'ici comme des variables indépendantes.

» III. Supposons, dans ce qui précède, $m=n$, de sorte que les équations (1) ou (2) donnent les valeurs de $p_1, \ldots, p_n$ en fonction de $x_1, \ldots, x_n$. Si, dans l'équation (6), on pose successivement $j=1, 2, \ldots, n$, et que l'on ajoute, on trouve évidemment

$$(\mathrm{F}_r, \mathrm{F}_s) + \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{j=1}^{j=n} \mathrm{D}\left(\frac{\mathrm{F}_r, \mathrm{F}_s}{p_i, p_j}\right) \frac{dp_i}{dx_j} = 0.$$

Mais les coefficients de $\frac{dp_i}{dx_j}$ et de $\frac{dp_j}{dx_i}$ sont des déterminants égaux et de signes contraires; donc, si les valeurs de $p_1, \ldots, p_n$ tirées des équations (1) sont telles que $p_1 dx_1 + \ldots + p_n dx_n$ soit une différentielle exacte, à cause de la relation connue

$$\frac{dp_i}{dx_j} = \frac{dp_j}{dx_i},$$

l'équation précédente se réduira à

$$\text{(B)} \qquad (\mathrm{F}_r, \mathrm{F}_s) = 0$$

pour des valeurs quelconques de r et de s prises dans la suite $1, 2, \ldots, n$. C'est une des formes principales de la condition d'intégrabilité données par Jacobi, et, d'après une remarque déjà faite, les seconds membres des équations (1) seraient des constantes quelconques, puisque l'équation (B) subsisterait.

» Quant à la réciproque de ce théorème, elle est comprise dans notre équation (A); il suffit encore de supposer $m=n$ dans les relations (1). Si les fonctions $\mathrm{F}_1, \ldots, \mathrm{F}_n$ satisfont, pour toutes les valeurs de r et de s prises dans la suite $1, 2, \ldots, n$, à la condition (B), l'égalité (C) aura lieu pour des valeurs quelconques de i et de k prises dans la même suite, et, comme λ_i, λ_k ne renferment ici aucune lettre p, la condition (C) prendra la forme

$$\frac{d\lambda_i}{dx_k} - \frac{d\lambda_k}{dx_i} = 0,$$

ce qui revient à dire que $\lambda_1 dx_1 + \ldots + \lambda_n dx_n$ sera une différentielle exacte. Cette réciproque devient d'ailleurs inutile dans notre manière d'exposer la théorie de Jacobi.

» IV. L'utilité de ces principes, pour l'intégration des équations aux dérivées partielles, ressortira des remarques suivantes.

» En premier lieu, il semble que ni Jacobi ni les géomètres qui ont depuis simplifié ses travaux n'aient toujours indiqué avec une précision suffisante, parmi les équations qui expriment sous différentes formes les conditions d'intégrabilité, celles qui sont des *identités*, indépendantes de toute relation entre les variables x et p, et celles qui sont simplement des *équations*, résultant de relations données.

» Ainsi, soit

$$H = a, \quad H_1 = a_1, \quad \ldots, \quad H_{n-1} = a_{n-1}$$

le système *intégrable* définissant $p_1, \ldots, p_n$ en fonction de $x_1, \ldots, x_n$; si l'on résout ce système de proche en proche sous la forme

$$\begin{aligned} p_1 &= f_1(x_1, \ldots, x_n, a, p_2, \ldots, p_n), \\ p_2 &= f_2(x_1, \ldots, x_n, a, a_1, p_3, \ldots, p_n), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \end{aligned}$$

on a, d'après Jacobi (*Nova Methodus*, § VI),

$$(p_i - f_i, p_k - f_k) = 0$$

Ces relations sont-elles des identités? M. Imschenetsky le dit, mais des exemples fort simples montrent qu'il n'en est rien. Or ce point est important, car dans la méthode de Jacobi on se sert des conditions d'intégrabilité pour prouver que certaines équations aux dérivées partielles, *dans lesquelles les variables p figurent comme variables indépendantes*, sont vérifiées.

» En second lieu, dans la théorie de Jacobi, on fonde les relations (C), dont on se sert pour parvenir au système *intégrable*, sur ce théorème :

» *Si $p_1, \ldots, p_n$ sont des fonctions de $x_1, \ldots, x_n$ telles que $p_1 dx_1 + \ldots + p_n dx_n$ soit une différentielle exacte, et si l'on exprime deux quelconques des quantités p (p_i et p_k) en fonction des variables x et d'autres quantités p en nombre quelconque, leurs expressions φ_i et φ_k vérifieront la condition*

$$(p_i - \varphi_i, p_k - \varphi_k) = 0.$$

» Mais lorsque, partant de l'équation proposée $p_1 = f_1$, on détermine par la méthode de Jacobi les équations

$$F_2 = a_2, \quad F_3 = a_3, \quad \ldots,$$

qui doivent former avec la première le système intégrable, on ne sait pas encore, lorsqu'on leur applique les relations (C), si ces équations appartiennent réellement au système intégrable, car ces fonctions F_2, F_3, ... sont définies par des équations partielles linéaires fournies par la condition (B) et qui admettent *plusieurs intégrales* distinctes. On n'est donc pas autorisé, lorsqu'on choisit arbitrairement l'une de celles-ci pour la fonction F_2 ou F_3 que l'on cherche, à lui attribuer les propriétés du système intégrable, et, en particulier, à appliquer aux valeurs $p_i = \varphi_i$, $p_k = \varphi_k$ tirées de ces équations le théorème ci-dessus, qui concerne exclusivement les expressions tirées du système intégrable.

» Ces difficultés disparaissent lorsqu'on fait reposer la méthode de Jacobi sur notre équation (A), comme nous le ferons voir ailleurs. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe très étendue d'équations différentielles linéaires à coefficients rationnels dont la solution dépend de la quadrature d'un produit algébrique irrationnel.* Note de M. **Göran Dillner**, présentée par M. Hermite.

« Conduit par la Note ingénieuse de M. Brioschi [1], je me suis proposé de traiter la question suivante :

» *Trouver toutes les équations différentielles linéaires possibles à coefficients rationnels dont la solution dépend de la quadrature d'un produit algébrique irrationnel.*

» Voici les traits principaux des résultats que j'ai obtenus.

» Posons l'équation différentielle linéaire d'ordre n à coefficients rationnels

$$(1) \qquad y^{(n)} + p_1 y^{(n-1)} + \ldots + p_{n-1} y' + p_n y = 0$$

et les produits algébriques suivants,

$$(2) \qquad \begin{cases} A = (x - a_1)^{\alpha_1} \ldots (x - a_\mu)^{\alpha_\mu}, \\ B = (x - b_1)^{\beta_1} \ldots (x - b_\nu)^{\beta_\nu}, \end{cases}$$

---

[1] Voir *Comptes rendus*, 9 août 1880.

où les quantités a, α, b, β sont des constantes; posons ensuite

$$(3)\quad \begin{cases} X = \log A \therefore X^{(n+1)} = (-1)^n \lfloor n \sum_{r=1}^{r=\mu} \frac{\alpha_r}{(x-a_r)^{n+1}}, \\ Y = \frac{B'}{B} \therefore Y^{(n)} = (-1)^n \lfloor n \sum_{r=1}^{r=\nu} \frac{\beta_r}{(x-b_r)^{n+1}}. \end{cases}$$

Si l'on substitue dans l'équation (1)

$$(4)\qquad y = e^{X+\eta},$$

on obtiendra une équation différentielle d'ordre n et de degré n à coefficients rationnels

$$(5)\qquad F(\eta^{(n)}, \ldots, \eta') = 0,$$

équation qui ne contient pas le terme en η. Posons dans cette équation, pour $C = \text{const.}$,

$$(6)\qquad \eta = C\int \frac{dx}{B} \therefore \eta' = \frac{C}{B}, \quad \eta'' = -\eta' Y, \quad \eta''' = \eta'(Y^2 - Y'), \quad \ldots;$$

alors, $\varphi_0, \varphi_1, \ldots, \varphi_n$ étant des fonctions rationnelles de x, l'équation transformée (5) prendra la forme suivante,

$$(7)\qquad \left(\frac{C}{B}\right)^n \varphi_0 + \left(\frac{C}{B}\right)^{n-1} \varphi_1 + \ldots + \frac{C}{B}\varphi_{n-1} + \varphi_n = 0,$$

équation qui doit être identiquement satisfaite. Maintenant, $m_1, \ldots, m_\nu$ étant des nombres entiers positifs ou négatifs, posons

$$(8)\qquad \beta_r = \frac{m_r}{n} \quad (r = 1, 2, \ldots, \nu),$$

où au moins un des nombres $m_1, \ldots, m_\nu$ soit premier avec n; alors, $\left(\frac{C}{B}\right)^n$ étant rationnelle, tandis que les autres puissances ne le sont point, la condition nécessaire et suffisante pour que l'équation (7) soit une identité est que les équations

$$(9)\qquad \left(\frac{C}{B}\right)^n \varphi_0 + \varphi_n = 0, \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \ldots = \varphi_{n-1} = 0$$

soient aussi des identités. Mais chacune de ces n équations contient linéairement au moins un des coefficients $p_1, \ldots, p_n$, qui, par là même, seront

déterminés. En posant

$$(10) \qquad C_r = C e^{\frac{2r\pi i}{n}} \quad (r = 1, 2, \ldots, n),$$

une solution particulière y_r prendra, à l'aide de (3), (4) et (6), la forme

$$(11) \qquad y_r = A e^{C_r \int \frac{dx}{B}} \quad (r = 1, 2, \ldots, n).$$

En observant que, à l'aide de (10), $C_1 + C_2 + \ldots + C_n = 0$, le produit de ces n solutions prend la forme

$$(12) \qquad y_1 y_2 \ldots y_n = A^n.$$

» Pour l'équation du second ordre, remarquons les deux cas suivants. L'équation transformée (5) étant de la forme

$$\eta'' + X'' + p_1(\eta' + X') + p_2 + (\eta' + X')^2 = 0,$$

on aura, d'après (9), les identités

$$\left(\frac{C}{B}\right)^2 + X'' + p_1 X' + p_2 + X'^2 = 0 \quad \text{et} \quad p_1 - Y + 2X' = 0,$$

qui détermineront les coefficients p_1 et p_2 de l'équation (1).

» 1° En supposant $2\alpha_r = \beta_r = 1$ et $a_r = b_r$ $(r = 1, 2, \ldots, \mu)$, la relation

$$p_1 = \sum_{r=1}^{r=\nu} \frac{\beta_r}{x - b_r} - \sum_{r=1}^{r=\mu} \frac{1}{x - a_r} = \frac{1}{2}\left(\frac{\varphi'}{\varphi} + \frac{\rho}{x - c}\right)$$

donne la solution de M. Brioschi.

» 2° Si le produit B ne contient d'autre irrationalité que

$$\sqrt{1 - x^2}\sqrt{1 - k^2 x^2},$$

on obtiendra la classe des équations du second ordre qui se résolvent par les fonctions elliptiques ordinaires.

» Pour l'équation du troisième ordre, il faut remarquer que, dans le cas où le produit B ne contient d'autre irrationalité que $[(1 - x^3)(1 - k^3 x^3)]^{\frac{s}{3}}$ $(s = 1, 2)$, on obtiendra une classe d'équations qui se résolvent par des fonctions dont le rapport aux équations du troisième ordre est analogue à celui des fonctions elliptiques aux équations du second ordre. Le même raisonnement s'appliquera à une équation d'ordre quelconque. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Principes d'un calcul algébrique qui contient comme espèces particulières le calcul des quantités imaginaires et des quaternions.* Note de M. **Lipschitz**. (Extrait d'une Lettre adressée à M. Hermite.)

« .... Quant à la notion de l'Algèbre, je suis convaincu de la justesse de l'énoncé que l'objet de cette science est défini par les résultats d'un nombre limité d'opérations, addition, soustraction, multiplication et division, ces opérations faites sur des quantités réelles. Sous ce point de vue, l'introduction du radical propre aux quantités imaginaires paraît fondée sur le fait algébrique que le produit de deux sommes de deux carrés s'exprime également par une somme de deux carrés. De même les règles du calcul des quaternions, introduit par Hamilton, découlent de la représentation, proposée par Euler, du produit de deux sommes de quatre carrés comme une somme de quatre carrés. Or mon attention s'est fixée sur la circonstance que la composition de deux sommes de quatre carrés s'est présentée dans votre premier Mémoire sur les formes quadratiques, publié dans le Tome XLVII du *Journal de Crelle*, à l'occasion de la transformation de la somme de trois carrés en elle-même. Partant, la méthode que vous avez trouvée, vous-même et M. Cayley, pour la transformation de la somme de n carrés en elle-même m'a conduit à découvrir les règles d'un nouveau genre de calcul algébrique, où le calcul usuel des quantités imaginaires et le calcul des quaternions sont contenus comme les deux premiers cas. Si vous voulez suivre l'explication que je vais vous en faire maintenant, vous verrez la différence qui existe entre ma méthode et l'extension du calcul des quaternions donnée par Hamilton dans les Tomes VII, VIII, IX du *Philosophical Magazine*. Je me réserve de comparer mes recherches au travail de M. Fröbenius, publié dans le Tome LXXXIV du Journal de feu notre ami Borchardt.

» Soient données $\frac{n(n-1)}{2}$ quantités réelles quelconques λ_{ab}, où a et b parcourent les valeurs 1, 2, ... n et où $\lambda_{ab} + \lambda_{ba} = 0$. On en forme, avec les variables réelles $x_1, \ldots, x_n$ et $y_1, \ldots y_n$ les n équations

$$\begin{aligned} x_1 + \lambda_{21} x_2 + \ldots + \lambda_{n1} x_n &= y_1 + \lambda_{12} y_2 + \ldots + \lambda_{1n} y_n, \\ \lambda_{12} x_1 + x_2 + \ldots + \lambda_{n2} x_n &= \lambda_{21} y_1 + y_2 + \ldots + \lambda_{2n} y_n, \\ \lambda_{1n} x_1 + \lambda_{2n} x_2 + \ldots + x_n &= \lambda_{n,1} y_1 + \lambda_{n,2} y^2 + \ldots + y_n, \end{aligned}$$

d'ou suit l'équation

$$x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2 = y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_n^2.$$

Alors le déterminant $\Delta\lambda$ du système des coefficients à gauche et à droite a la propriété d'être égal à la somme de l'unité et de $2^{n-1} - 1$ déterminants gauches impairs, partant de 2^{n-1} carrés, dont les bases sont des fonctions rationnelles entières des λ_{ab}. Suivant une proposition donnée par Jacobi dans le tome 2 du *Journal de Crelle,* je désignerai chaque base en affectant la lettre λ d'indices d'un seul terme pris dans l'ordre correspondant, par exemple

$$\lambda_{1234} = \lambda_{12}\lambda_{34} + \lambda_{13}\lambda_{42} + \lambda_{14}\lambda_{23}.$$

Donc la fonction $\lambda_{abcd\ldots f}$, par une permutation quelconque des indices différents, se change en elle-même ou dans sa valeur négative selon que la permutation est réductible à un nombre pair ou impair de changements de deux indices. Pour la valeur $n = 2$, le système des coefficients à gauche et à droite est construit ainsi que dans chacun les termes de la première et de la seconde ligne verticale ne diffèrent entre eux que par l'ordre et par les signes $\pm$ y appliqués. Au contraire, pour chaque valeur de n plus grande que 2, les n équations formulées permettent d'en déduire $2^{n-1} - n$ équations nouvelles, qui, jointes aux premières, fournissent un système dont les coefficients, qui ne sont autre chose que les fonctions $\lambda_{abcd\ldots f}$, ont la propriété que les termes des lignes verticales ne diffèrent entre eux que par l'ordre et par les signes $\pm$ qui y sont appliqués.

» Comme chaque équation nouvelle sera caractérisée par le coefficient dont x_1 sera affecté, distinguons le cas du coefficient $\lambda_{123\ldots p}$ et du coefficient $\lambda_{23\ldots q}$. En appliquant aux équations données successivement pour le premier cas les facteurs

$$0, \ \lambda_{34\ldots p}, \ \lambda_{45\ldots p,2}, \ \ldots, \ \lambda_{23\ldots p,1},$$

pour le second cas les facteurs

$$\lambda_{23\ldots q}, \ \lambda_{34\ldots q,1}, \ \ldots, \ \lambda_{123\ldots(q-1)},$$

l'addition donne respectivement les équations

$$\begin{aligned}
&\lambda_{123\ldots p}x_1 + \lambda_{34\ldots p}x_2 + \ldots + \lambda_{23\ldots(p-1)}x_p + \lambda_{(p+1)23\ldots p}x_{p+1} + \ldots + \lambda_{n,23\ldots p}x_n \\
&\quad = -\lambda_{123\ldots p}y_1 + \lambda_{34\ldots p}y_2 + \ldots \\
&\qquad\qquad + \lambda_{23\ldots(p-1)}x_p - \lambda_{(p+1)23\ldots p}y_{p+1} - \ldots - \lambda_{n,23\ldots p}y_n, \\
&\lambda_{23\ldots q}x_1 + \lambda_{34\ldots q,1}x_2 + \ldots + \lambda_{12\ldots(q-1)}x_q + \lambda_{(q+1)12\ldots q}x_{q+1} + \ldots + \lambda_{n,1\ldots q}x_n \\
&\quad = \lambda_{23\ldots q}y_1 + \lambda_{34\ldots q1}y_2 + \ldots \\
&\qquad\qquad + \lambda_{12\ldots(q-1)}x_q - \lambda_{(q+1)12\ldots q}y_{q+1} - \ldots - \lambda_{n,12\ldots q}y_n.
\end{aligned}$$

De celles-ci suivent toutes les équations désirées, en substituant pour $23\ldots p$ et pour $23\ldots q$ toutes les combinaisons de nombres, qui diffèrent entre eux et de l'unité. Maintenant on voit facilement que la somme des termes gauches du système complet de 2^{n-1} équations, élevés au carré, devient égale au produit du déterminant $\Delta\lambda$ et de la somme $x_1^2+x_2^2+\ldots+x_n^2$, la somme semblable à droite au produit de $\Delta\lambda$ et de la somme $y_1^2+y_2^2+\ldots+y_n^2$, d'où suit encore l'équation de transformation de la somme de n carrés en elle-même. Voici les faits d'Algèbre qui servent de base à ce que je vais exposer. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la partition des nombres.* Note de M. **David**, présentée par M. Resal.

« J'ai donné dans les *Comptes rendus* (année 1880, 1er semestre, p. 1344) une loi pour écrire immédiatement toutes les solutions de l'équation

$$p_1+2p_2+3p_3+\ldots=n,$$

sans calcul, sans omission, sous la seule réserve qu'on les écrive dans l'ordre déterminé par cette loi. Voici une seconde solution du même problème, qui présente la même simplicité, et dont l'emploi pourra dans certains cas être préférable.

» Le nombre r étant un quelconque des nombres $1, 2, 3, \ldots$, on a une solution en posant $p_1=n-2r$, $p_2=r$. De cette première solution on déduit toutes les autres, correspondant au nombre r, par le Tableau suivant, dans lequel on a omis comme précédemment, pour abréger, les valeurs nulles des p :

$p_1=n-2r$ $p_2=r$	$p_1=n-2r-1$ $p_2=r-1$ $p_3=1$	$p_1=n-2r-2$ $p_2=r-2$ $p_3=2$	$p_1=n-2r-3$ $p_2=r-3$ $p_3=3$	$\ldots,$
		$p_1=n-2r-2$ $p_2=r-1$ $p_4=1$	$p_1=n-2r-3$ $p_2=r-2$ $p_3=1$ $p_4=1$	$\ldots,$
			$p_1=n-2r-3$ $p_2=r-1$ $p_5=1$	$\ldots$

Chaque groupe d'une ligne verticale donne naissance à un ou deux groupes de la ligne verticale suivante, en prenant pour p_1 le même nombre diminué de l'unité, et en ne faisant varier, dans les autres valeurs de p_2, p_3, p_4, ..., que les deux dernières si elles sont consécutives, et la dernière s'il en est autrement : si elles sont consécutives, diminuer l'avant-dernière de 1 et augmenter la dernière de 1, puis diminuer la dernière de 1 en introduisant une nouvelle quantité p égale à 1 et d'un indice supérieur de 1, ce qui donne deux solutions nouvelles; si elles ne sont pas consécutives, diminuer la dernière seulement de 1 en introduisant encore une nouvelle quantité p égale à 1 et d'un indice supérieur de 1, ce qui ne produit qu'une solution nouvelle.

» En faisant successivement $r = 1, 2, 3, \ldots,$ on a toutes les solutions en nombres entiers et positifs, pourvu que l'on ne continue pas les opérations pour les groupes dans lesquels les valeurs de p_1 ou p_2 deviennent négatives.

» Il est clair, d'ailleurs, que la première résolution et celle-ci ne diffèrent que par la loi qui groupe les solutions, c'est-à-dire par la manière dont les nombres qui satisfont à l'équation proposée sont ordonnés, et il en serait évidemment de même de toute autre résolution analogue de cette équation. »

PHYSIQUE. — *Sur les actions mécaniques de la lumière; considérations théoriques pouvant servir à interpréter les expériences réalisées par M.* G. Bell. Note de M. **Ch. Cros.**

« M. le **Secrétaire perpétuel** donne lecture d'une Note par laquelle M. Ch. Cros rappelle qu'il a adressé à l'Académie, le 20 mai 1872, un Mémoire, publié en partie dans le journal *la Synthèse médicale* (août-novembre 1879), dans lequel il était conduit, par des considérations théoriques, à affirmer *a priori* les résultats d'expériences qui lui paraissent présenter une analogie remarquable avec celles qui viennent d'être communiquées à l'Académie, aujourd'hui même [1], par M. G. Bell. Il ajoute que, en tout cas, ces considérations ne seront peut-être pas inutiles pour expliquer ces expériences.

Voici le passage principal de ce Mémoire [2], auquel l'auteur fait allusion :

« § 26. — Pour concevoir les actions mécaniques réelles de la lumière sur la matière, il

---

[1] Voir plus haut, p. 595.

[2] *La Synthèse médicale*, octobre 1879, p. 115.

faut retourner les lois des actions de la matière sur la lumière, telles que les lois de réfraction, de réflexion, etc.

» Puisque la lumière, en passant d'un milieu dans un autre de densité différente (milieux séparés par une surface oblique à la direction des rayons), *subit* une déviation, on doit en conclure que, si le milieu *agit* sur elle, elle *réagit* sur le milieu. Le principe mécanique universel de la réaction me permet donc d'affirmer que :

» 1° La lumière tend à ramener la densité du milieu qu'elle traverse vers celle du milieu d'où elle sort;

» 2° Elle tend à déplacer le corps transparent dans un sens opposé à la déviation qu'elle subit;

» 3° Enfin, dans le fait de réflexion, le corps réfléchissant subit un recul.

» Voici quelles expériences je ferais sur ces lois, si j'en avais le loisir et les moyens :

» A. On ferait entrer, dans un tuyau renforçant une note de n vibrations à la seconde, un rayon lumineux interrompu et rétabli n fois par seconde. La raréfaction ou la condensation alternative du milieu gazeux pourrait peut-être faire parler le tuyau.

» La chaleur rayonnante sera une cause d'erreur à écarter ou à corriger.

» B. Un appareil, analogue à la balance de Coulomb, porterait, au lieu du disque de clinquant, une petit masse de forme commode en une substance transparente, très réfringente. Cette masse serait équilibrée à l'autre bout du levier. L'appareil étant bien immobile, placé dans l'obscurité et dans le vide, on ferait passer un rayon lumineux intense à travers la masse réfringente et l'on observerait s'il y a déplacement sensible.

» Il faut s'enquérir si la réflexion partielle à la surface du milieu réfringent ne fait pas obstacle à l'effet mécanique.

» C. Pour étudier le déplacement par réflexion, il faut remplacer la masse réfringente par un miroir léger, toujours dans le vide, à cause des résistances et des courants d'air [1].

» Ou encore on essayerait de faire vibrer une lame métallique bien polie ou une membrane argentée par une suite de n éclairs à la seconde, cette relation du nombre au temps étant donnée par le corps vibrant.

» Ces expériences, exécutées et réussies, feront très justement un nom à leur auteur. Mais, je le répète, le principe universel de réaction permet d'affirmer les lois ci-dessus avant vérification expérimentale. »

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Étude de la distribution de la lumière dans le spectre solaire.* Note de MM. J. Macé et W. Nicati, présentée par M. Vulpian.

« Dans une précédente Communication que nous avons eu l'honneur de faire à l'Académie [2], nous indiquions les principes sur lesquels on doit

---

(1) Le radiomètre de M. Crookes me paraît avoir été construit depuis, au nom de théories analogues; mais on sait que c'est la chaleur qui le fait mouvoir.

(2) *Comptes rendus*, séance du 31 mai 1880.

s'appuyer pour comparer entre elles, au point de vue de leurs intensités, des lumières de couleurs différentes. Nous décrivions, en outre, la marche générale des expériences que nous avions entreprises pour les appliquer à l'*étude de la distribution de la lumière dans le spectre solaire*.

» Le Tableau ci-dessous résume une série de recherches entreprises par cette méthode, relatives uniquement à trois observateurs de vue normale et ne présentant en particulier aucune trace de daltonisme. Nous avons eu soin, pour construire ce Tableau, de transformer, par le calcul, les nombres donnés directement par l'expérience, en ceux que nous aurions obtenus si nous avions opéré sur un spectre normal, ou en longueurs d'onde. Pour permettre une comparaison plus facile, l'intensité maximum a été, dans tous les cas, représentée par 1000.

Longueurs d'onde en millièmes de millimètre.	1er observateur.			2e observateur.	3e observateur.
	$I_r = 1,00$.	$I_r = 10$ env.	$I_r = 0,5$ env.		
μ 0,681	15,1	»	15,4	»	22,8
0,641	111	112	111	200	16,3
0,613	252	»	»	355	»
0,589	768	768	776	768	745
0,567	1000	»	»	1000	1000
0,550	954	935	973	»	925
0,534	512	»	»	512	»
0,520	314	317	299	299	320
0,507	128	»	129	»	»
0,497	42,2	25,8	52,81	86,9	66,3
0,476	5,47	»	»	»	»
0,458	1,84	»	3,97	11,37	3,00
0,442	0,521	»	1,21	5,14	»
0,428	0,183	»	0,494	2,07	0,370

» Les conclusions qu'on peut tirer des nombres compris dans ce Tableau sont les suivantes :

» 1° Dans tous les cas, *l'intensité maximum est dans le jaune, en un point très voisin de la raie* D, *conformément à l'opinion généralement reçue* (¹). L'intensité décroît très rapidement de part et d'autre de ce point, et devient déjà très faible dans le bleu.

» 2° Si l'on compare entre eux les résultats obtenus pour un même observateur (colonnes 2, 3 et 4 du Tableau) avec des quantités de lumière

(¹) NEWTON, *Optique*, Liv. I, 1re Partie, p. 109.

de plus en plus faibles ([1]), on voit la vérification complète du fait établi par Purkinje, que nous avons étudié dans notre dernière Note. On constate en effet que, avec la diminution de l'éclairage, la courbe représentative des intensités se relève beaucoup à partir du bleu, ce qui revient à dire que *la perception du bleu et du violet diminue beaucoup plus lentement avec la diminution de l'éclairage que celle des couleurs moins réfrangibles.*

» Nous signalons en outre ce fait important, établi, croyons-nous, pour la première fois, que *depuis l'extrême rouge jusqu'au vert de longueur d'onde* $0^{\mu},5$ *environ, la loi de distribution de l'intensité reste absolument la même, quel que soit l'éclairage, aux erreurs près d'observation.*

» 3° Si l'on compare entre eux les résultats obtenus pour les divers observateurs, placés dans les mêmes conditions (même valeur de l'acuité visuelle, colonnes 2, 5 et 6 du Tableau), on trouve des variations notables, surtout dans le bleu, à partir du même point que ci-dessus ($0^{\mu},5$), mais aussi dans le rouge. Il faut en conclure qu'*il y a, entre différents yeux également capables de discerner les couleurs, des différences très sensibles.* Ces mêmes différences se retrouvent, fortement exagérées, dans les cas de daltonisme : c'est ce qui fera le sujet d'une prochaine Note. »

ACOUSTIQUE. — *Formes vibratoires des pellicules circulaires de liquide saposaccharique.* Note de M. C. DECHARME. (Extrait par l'auteur.)

« Dans une Note que j'ai eu l'honneur de soumettre à l'Académie (séance du 29 septembre 1879), sont exposées les relations générales qui existent entre les diamètres des *bulles de liquide glycérique*, les vitesses de vibrations et les nombres de nodales correspondants. Depuis, j'ai cherché à découvrir des lois analogues pour les diverses figures pelliculaires que l'on peut produire avec ce liquide, ou ses congénères. C'est le résultat de ces recherches que je vais faire connaître, en ce qui concerne les *pellicules circulaires* seulement.

» Donnons d'abord une première idée du phénomène. Lorsque, au moyen

---

([1]) Nous croyons utile de rappeler que notre méthode consiste, pour comparer entre elles deux régions d'un même spectre, à les ramener successivement à l'identité, par une variation convenable de l'une d'elles, identité obtenue, par définition, lorsque l'acuité visuelle de l'observateur est redevenue la même. En tête des colonnes 2, 3 et 4 se trouvent désignées les quantités de lumière rouge (I_r) employées dans ces trois séries d'expériences. L'intensité $I_r = 1$ correspond à une distance de l'observateur à l'objet égale à $1^m,10$.

d'un liquide pompholygène (liquide glycérique, sapo-saccharique ou autre) ([1]) et à l'aide d'un cadre de $0^m,15$ à $0^m,20$ de diamètre, on a obtenu une pellicule plane, si l'on approche de son centre, soit à petite distance, soit au contact, une tige vibrante munie d'un appendice à son extrémité, on verra se produire, sur la pellicule, des ondes et des circonférences nodales concentriques, très nettes quand les circonstances sont favorables et d'autant plus nombreuses que le mouvement vibratoire est plus rapide; phénomène analogue à celui des *bulles*, et que j'ai décrit précédemment ([2]).

» Je ne m'arrêterai pas aux détails des dispositions expérimentales, faciles à imaginer. Je dirai seulement que j'ai employé des cadres métalliques de $0^m,05$, $0^m,10$, $0^m,13$, $0^m,20$, $0^m,25$ de diamètre et de 6^{mm} d'épaisseur, avec lesquels on obtient de belles lames bien planes et d'une très grande sensibilité. Chacun de ces cadres était muni de trois pieds équidistants.

» Après avoir comparé les divers moyens de mettre les pellicules en vibrations (par influence, par contact, par communication médiate, etc.), je me suis arrêté au suivant. J'ai employé, comme pour les bulles, une lame d'acier de $0^m,25$ de longueur et de $0^m,0014$ d'épaisseur, à l'extrémité de laquelle se trouvait fixé, à la cire molle, l'excitateur proprement dit : un verre de montre ou un disque de liège de $0^m,02$ de diamètre, pour le procédé par influence, ou, dans le procédé par contact, un petit cylindre en bois de $0^m,003$ d'épaisseur, auquel la pellicule adhérait suffisamment pour en suivre toutes les oscillations lentes ou rapides. La tige était serrée au moyen d'une vis de pression sur un support très lourd.

» Pour faire une expérience, on retire du liquide le cadre portant la pellicule; on le place horizontalement, on fait avancer la tige jusqu'à ce que son appendice, qui lui est perpendiculaire, arrive au centre de la pellicule; on fait vibrer la tige (soit avec l'archet, soit en lui donnant de légers chocs avec le doigt, ou en se servant d'un marteau en caoutchouc). Il se produit alors, sur la pellicule, des nodales concentriques que l'on observe par réflexion de la lumière à sa surface. Ces lignes sont d'autant plus nombreuses que la partie vibrante de la tige est plus courte. On fait varier cette

---

([1]) Le liquide employé dans mes expériences, et que je nomme, par abréviation, *sapo-saccharique*, était une dissolution aqueuse de savon, sans glycérine, dont M. Terquem a indiqué la composition (eau, 100; savon, 1; sucre, 40); liquide facile à préparer et donnant les lames suffisamment durables pour le but que je me proposais.

([2]) *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XVIII, p. 398; novembre 1879.

longueur jusqu'à ce que les nodales soient nettes, fixes et faciles à faire apparaître au plus léger choc. Il ne reste plus qu'à lire sur la tige graduée le nombre de centimètres et de millimètres correspondant. L'appréciation exacte de cette longueur est une difficulté dans ces sortes d'expériences.

» On répète les mêmes opérations pour les divers systèmes de 2, 3, 4, 5, 6, 7 nodales et l'on trouve, après correction des résultats à l'aide d'une construction graphique, cette relation générale :

» *Pour un même diamètre de pellicule, les nombres de nodales sont inversement proportionnels aux longueurs de tige vibrante correspondantes.*

» Cette relation fondamentale est la même que l'une de celles des bulles. Par suite, toutes les autres lois, avec leurs conséquences, sont identiques pour les deux phénomènes, ce que j'ai d'ailleurs vérifié expérimentalement.

» Il suffit donc de rappeler la formule générale qui contient toutes ces lois,

$$\frac{d}{d'} = \frac{Nl}{N'l'} \quad \text{où} \quad \frac{n}{n'} = \frac{d'^2}{d^2} \times \frac{N^2}{N'^2}$$

(d'après la relation $\frac{n}{n'} = \frac{\rho'^2}{\rho^2}$, connue en Acoustique), d, d' représentant les diamètres des pellicules; N, N' les nombres des nodales; l, l' les longueurs de tige vibrante; n, n' les nombres de vibrations.

» La première formule peut se réduire à $d = CNl$, où C est une constante (dépendant de la nature et de l'épaisseur de la tige, ainsi que du poids de l'appendice), qui, dans les conditions de nos expériences, avait pour valeur moyenne C = 0,264. »

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur la place que le bore occupe dans la série des corps simples.* Note de M. A. ÉTARD, présentée par M. Cahours.

« Pendant un certain temps le borure et le borocarbure d'aluminium cristallisés ont été considérés comme du bore, et classés à côté du carbone et du silicium, en raison de leur ressemblance extérieure avec le graphite et le diamant. Les recherches de MM. Wöhler et H. Sainte-Claire Deville sur le bore graphitoïde et celles de W. Hampe (*Liebig's Ann. Chem.*, t. CLXXXIII, p. 75) sur le bore adamantin ont montré la véritable nature de ces corps, et le bore, exclu de la famille du carbone, n'a pu trouver de place dans la classification.

» M. Mendeleeff, dans sa Table systématique des éléments, basée sur un rapprochement numérique des poids atomiques, place le bore en tête de la série de l'aluminium, bien que $BoCl^3$ ne corresponde pas à Al^2Cl^6, dérivé d'un corps tétratomique, et que Bo^2O^3 soit un acide caractérisé alors que Al^2O^3 est un oxyde basique. Les oxydes basiques de scandium et de gallium, découverts depuis et appartenant à la famille de l'oxyde d'aluminium, accentuent encore cette différence de fonctions et d'analogies.

» D'autre part, MM. F. Nilson et O. Pettersson (*Deutsch. chem. Gesellsch.*, 1880, p. 1451) ont montré que le poids atomique du glucinium était 13,6 au lieu de 9,4, et que ce métal, qui forme un sulfate $Gl^2(SO^4)^3 + 12H^2O$ ou $Gl^2O^3, 3SO^3 + 12H^2O$, devait prendre la place du bore dans la classification. Ils ont ainsi constitué la famille naturelle Gl, Al, Sc, Ga, etc. En outre, le glucinium forme un sel double $Gl^2(SO^4K)^6$, correspondant aux sels de même formule que j'ai obtenus avec l'aluminium, le fer et le chrome, et que j'ai appelés *kalisulfates.* Ces kalisulfates paraissent caractériser le groupement métallique X^2 ou X^2O^3, car les sulfates doubles des terres de la cérite et de la gadolinite répondent tous, selon M. Nilson, à la formule caractéristique $3SO^4K^2, X^2(SO^4)^3$, que j'écris $X^2(SO^4K)^6$ pour les raisons indiquées dans mon Mémoire.

» Le glucinium prenant donc la place du bore dans la Table de M. Mendeleeff, ce corps se trouve encore une fois exclu des séries élémentaires.

» En m'appuyant sur l'atomicité du bore, qui passe de 3 à 5 d'après les combinaisons $BoCl^3$ et $BoOCl^3$, récemment découverte par Councler, j'ai pensé que le bore devait nécessairement faire partie du groupe du phosphore.

» C'est ainsi que, par l'action du zinc éthyle sur l'éther borique, on obtient la triéthylborine, qui, par ses propriétés et sa composition, correspond de la manière la plus parfaite à la triéthylphosphine. En comparant une à une les propriétés du bore et des éléments de ce groupe, dans le *Dictionnaire de Chimie* j'ai pu placer sans hésitation le bore en tête de la famille du vanadium, très voisine de celle du phosphore. On aurait ainsi les deux séries

Az, Ph, As, Sb, Bi, ...,
Bo, Va, Nb, Ta, ...

» L'étroite parenté des éléments Va, Nb, Ta avec la famille du phos-

phore a été établie par les travaux de MM. Deville et Troost pour le niobium et le tantale, et par M. Roscoë pour le vanadium. Ces corps, comme le bore, donnent des chlorures et des oxychlorures volatils, dont la densité de vapeur a été prise. Il me suffira ici de comparer brièvement le bore au vanadium, l'analogie entre les autres termes étant déjà solidement établie.

» Le bore et le vanadium sont des corps grisâtres, pulvérulents, carbonoïdes, infusibles et combustibles à l'air; ils paraissent intermédiaires entre la série du phosphore et celle du carbone. Le bore et le vanadium s'unissent au chlore pour donner $BoCl^3$ et $VaCl^3$. Ils donnent encore $BoOCl^3$ et $VaOCl^3$, bouillant l'un vers 100°, l'autre à 126°; ce sont des liquides jaunes fumants. Le bore et le vanadium, ainsi que le reste de la série, ont la propriété assez rare d'absorber directement l'azote. Ils entrent dans les combinaisons à l'état de radicaux (BoO) et (VaO) : boryle et vanadyle. On connaît les oxydes Bo^2O^3 et Va^2O^3, et la classification du bore dans la famille du vanadium fait prévoir la formation d'un oxyde acide Bo^2O^5 correspondant à Va^2O^5 et à Ph^2O^5, dont je me propose de faire connaître les propriétés dans une prochaine Note. Il existe des sels de vanadium à acides condensés, analogues aux polyborates; le type de combinaison le plus fréquent renferme Bo^4 et Va^4.

» Il existe des fluoborates, fluoniobates et fluotantalates, ainsi que des fluoxyborates, niobates et tantalates.

» La difficulté d'analyse d'une part, la volatilité et la solubilité des combinaisons boriques d'autre part, expliquent comment celles-ci, largegement diffusées dans la nature, n'ont pas été signalées parmi les éléments du groupe. Pour la même raison, le vanadium n'accompagne pas ses congénères le niobium et le tantale, dans la *columbite*, l'*euxénite* et la *samarskite*. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le propylacétal et l'isobutylacétal.* Note de M. J. de Girard, présentée par M. Wurtz.

« Ces deux acétals, qui n'avaient pas encore été préparés, ont été obtenus par le mode de production déjà indiqué pour l'acétal (¹).

» 1. *Propylacétal.* — On fait passer pendant plusieurs heures un courant

(¹) R. Engel et de Girard, *Comptes rendus*, t. XC, p. 692.

d'hydrogène phosphoré non inflammable dans un mélange d'aldéhyde et d'alcool propylique (1^{vol} d'aldéhyde pour 2^{vol} d'alcool). Après plusieurs lavages à l'eau et dessiccation sur le chlorure de calcium, on isole le propylacétal par des distillations fractionnées.

» Le propylacétal est un liquide incolore, d'une odeur très pénétrante, bouillant à 146-148°, soluble dans l'alcool et l'éther, insoluble dans l'eau. D = 0,825 à 22°,5. Il ne réduit pas le nitrate d'argent ammoniacal, n'est pas attaqué par une solution bouillante de potasse caustique ni par le potassium. L'acide chlorhydrique concentré le dissout sans le colorer; l'acide sulfurique concentré le charbonne à froid. Chauffé en vase clos à 150-180° avec de l'acide acétique cristallisable, il se dédouble en aldéhyde et acétate de propyle.

» L'analyse a donné :

		Théorie.
C	65,61	65,75
H	12,4	12,32

» Un mélange d'aldéhyde et d'alcool propylique, abandonné quelque temps, fournit un peu de propylacétal; mais l'intervention de l'hydrogène phosphoré accélère la réaction et augmente le rendement.

» 2. *Isobutylacétal.* — Obtenu de la même façon, on le sépare par des distillations fractionnées. Liquide incolore, bouillant à 168-170°, insoluble dans l'eau, soluble dans l'alcool et l'éther. D = 0,816 à 22°. L'acide sulfurique le charbonne à froid. L'acide chlorhydrique le dissout sans le colorer. Une solution bouillante de potasse caustique ne l'altère pas. Il ne réduit pas le nitrate d'argent ammoniacal.

» L'acide acétique cristallisable le dédouble à 100° en aldéhyde et acétate d'isobutyle bouillant à 105-107°.

» 3. *Points d'ébullition des acétals :*

Le diméthylacétal bout à	64°
L'acétal »	104°
Le propylacétal »	146°-148°

» Il y a une différence constante de 40° environ qui concorde avec la règle de H. Kopp : élévation de $2 \times 20° = 40°$ pour $2CH^2$ introduits dans la molécule. Le butylacétal normal inconnu doit donc bouillir à 186-188°.

» La comparaison des points d'ébullition des composés correspondants

de l'alcool butylique normal et isobutylique fournit une différence constante de 8 environ :

	Normal.	Iso.
Alcool butylique........	116,9	108,4
Chlorure..............	77,6	69
Bromure...............	100,4	92
Iodure..............	129,6	121
Acide butylique.........	163	154
Acétate de butyle.......	114	105-107

» L'introduction du radical isobutyle à la place du radical butyle normal abaisse donc de 8° à 9° le point d'ébullition. Le remplacement de deux fois le radical butyle par l'isobutyle l'abaissera de 16° à 18°. Par suite, l'isobutylacétal devra bouillir à 186° — 16° = 170°. C'est, en effet, le point d'ébullition trouvé pour l'isobutylacétal. »

M. A. **Fournier** adresse une Note concernant la formule du rapport de la circonférence au diamètre.

M. S. **Rosolimos** adresse une Note intitulée : « L'occlusion des orifices auriculoventriculaires ; expériences et critique ».

A 4 heures un quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 4 heures trois quarts. D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 11 octobre 1880.

Ministère des Travaux publics. Ports maritimes de la France; t. IV : *D'Ouessant au Pouliguen*. Paris, Impr. nationale, 1879; 1 vol. in-8°, avec Atlas grand aigle.

Bulletin météorologique du département de l'Hérault, publié sous les auspices

du Conseil général; année 1879. Montpellier, typogr. Boehm et fils, 1880; in-4°.

La question du Tibre; par M. Dausse. Grenoble, Baratier et Dardelet, 1880; br. in-8°.

Recherches sur l'enchondrome; son histologie et sa genèse; par le Dr A.-H. Wartmann. Genève et Bâle, H. Georg; Paris, G. Masson, 1880; in-8°.

Étude sur les orbites hyperboliques et sur l'existence probable d'une réfraction stellaire; par P. Breton. Paris, Gauthier-Villars, 1880; in-8°.

Découvertes et idées nouvelles sur les mondes du ciel; par C. Ferrandi. Bastia, C. Olivieri, 1880; br. in-8°.

Memorie della regia Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Modena; t. XIX. Modena, 1879; in-4°.

Sui temporali osservati nell' Italia superiore durante l'anno 1877. Relazione di G. Schiaparelli e P. Frisiani. Milano, U. Hoepli, 1880; in-4°.

Lehrbuch der organischen qualitativen Analyse; von Dr Ch. Th. Barfoed. Kopenhagen, fr. Höst, 1880; in-8°.